

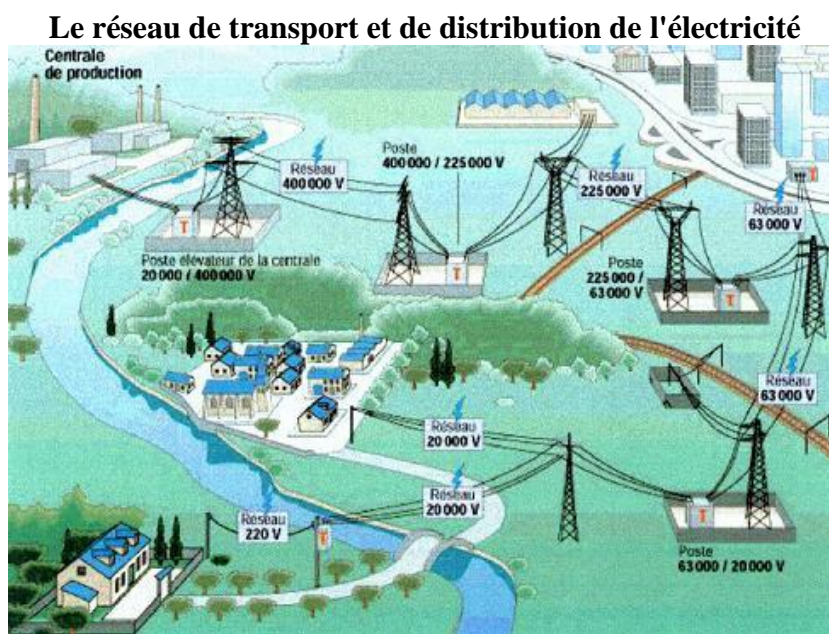
## ECOLE DES HAUTES ETUDES D'INGENIEUR

Cycle général et de consolidation du projet professionnel

Cycle Ingénieur – HEI 3

# Cours d'Electrotechnique 1<sup>ère</sup> partie

RÉFÉRENCE : 3A41-1



HEI  
13, rue de Toul  
59 046 Lille Cedex

Année 2013/2014

Tél. : 03 28 38 48 58  
Télécopieur : 03 28 38 48 04  
Site Internet : [www.hei.fr](http://www.hei.fr)  
e-mail : [ecole@hei.fr](mailto:ecole@hei.fr)

M. Nasser – D. Abbas

## Table des matières

CHAPITRE 1 – LA NOTATION COMPLEXE EN REGIME SINUSOÏDAL .....	2
1- RAPPELS SUR LES NOMBRES COMPLEXES.....	2
2 - MANIPULATION DES NOMBRES COMPLEXES .....	3
3- REPRESENTATION COMPLEXE DES GRANDEURS ELECTRIQUES.....	4
FICHE MEMOIRE A COMPLETER.....	6
CHAPITRE 2 – CIRCUIT MONOPHASE EN REGIME SINUSOÏDAL .....	7
1- FONCTION SINUSOÏDALE.....	7
2- REPRESENTATION DE FRESNEL.....	7
3- PROPRIETES.....	8
4. PUISSANCES EN REGIME SINUSOÏDAL.....	10
5- METHODE D'ETUDES DES CIRCUITS ELECTRIQUES LINEAIRES .....	13
CHAPITRE 3–CIRCUIT TRIPHASE EN REGIME SINUSOÏDAL .....	15
1- COUPLAGE DES TROIS PHASES .....	15
2- SCHEMA MONOPHASE EQUIVALENT D'UN RECEPTEUR TRIPHASE.....	17
3- PUISSANCES .....	18
CHAPITRE 4 – BOBINE A NOYAU DE FER (BNF) .....	20
1- COMPORTEMENT DE LA BNF NON SATUREE.....	20
2- COMPORTEMENT DE LA BNF SATUREE .....	21
CHAPITRE 5 TRANSFORMATEUR MONOPHASE .....	25
1.-TRANSFORMATEUR IDEAL.....	26
2- TRANSFORMATEUR REEL A VIDE .....	26
3. TRANSFORMATEUR REEL EN CHARGE .....	27
6. AUTOTRANSFORMATEUR.....	29
4. ESSAIS ET PROPRIETES DU TRANSFORMATEUR.....	29
5. BILAN DES PUISSANCES .....	30
6- TRANSFORMATEUR DE COURANT (TI).....	31
CHAPITRE 6 – TRANSFORMATEUR TRIPHASE .....	32
1- GRANDEURS CARACTERISTIQUES D'UN TRANSFORMATEUR TRIPHASE .....	32
2- GROUPES DE COUPLAGE .....	33
3- INDICE HORAIRE.....	33
4- CARACTERISTIQUES EN CHARGE .....	35

## CHAPITRE 1 – LA NOTATION COMPLEXE EN REGIME SINUSOÏDAL

Ce chapitre se limite aux besoins nécessaires pour résoudre des montages simples en régime sinusoïdal.

Les nombres complexes sont très utilisés en électricité. Leur grand intérêt est de simplifier notablement les dérivations et les intégrations des grandeurs physiques.

### 1- RAPPELS SUR LES NOMBRES COMPLEXES

- **Représentation algébrique d'un nombre complexe  $\underline{Z}$ .**

Un nombre complexe  $\underline{Z}$  s'écrit :  $\underline{Z} = a + jb$  avec  $j^2 = -1$ . On appelle  $a$  la partie réelle de  $\underline{Z}$  et  $b$  la partie imaginaire. On représente le lieu de  $\underline{Z}$  sur un *plan complexe* (Figure 1)

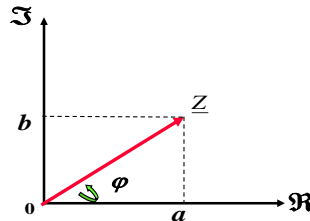


Figure 1. Représentation vectorielle d'un nombre complexe  $\underline{Z}$

➤ Le module de  $\underline{Z}$  s'écrit  $|\underline{Z}| = \sqrt{a^2 + b^2}$  ; il représente la distance du centre 0 du plan complexe au lieu de  $\underline{Z}$ .

L'argument  $\varphi$  de  $\underline{Z}$  se calcule simplement d'après la figure 1 :  $\operatorname{tg} \varphi = \frac{b}{a}$ , donc  $\varphi = \operatorname{arctag}\left(\frac{b}{a}\right)$ .

- **Représentation trigonométrique d'un nombre complexe  $\underline{Z}$ .**

Représenter un nombre complexe  $\underline{Z} = a + jb$  sous forme trigonométrique, c'est se donner son module

$$|\underline{Z}| = \sqrt{a^2 + b^2} \text{ et un argument } \varphi = \operatorname{arctan}\left(\frac{b}{a}\right)$$

Les projections sur les axes fournissent alors partie réelle et partie imaginaire

$$a = |\underline{Z}| \cos \varphi$$

$$b = |\underline{Z}| \sin \varphi$$

Et  $\underline{Z}$  s'écrit donc :  $\underline{Z} = |\underline{Z}|(\cos \varphi + j \sin \varphi)$

- **Représentation exponentielle d'un nombre complexe  $\underline{Z}$ .**

L'intérêt de la notation complexe est intéressant notamment à propos du théorème fondamental sur produit et quotient.

Pour un nombre complexe  $\underline{Z} = |\underline{Z}|(\cos \varphi + j \sin \varphi)$ , on a alors  $\underline{Z} = |\underline{Z}|.e^{j\varphi}$

Le nombre de module unité et d'argument  $\varphi$  s'écrit :  $e^{j\varphi} = (\cos \varphi + j \sin \varphi)$

On a de la même façon :  $e^{-j\varphi} = (\cos \varphi - j \sin \varphi)$

#### **Valeurs remarquables**

Si  $\varphi = 0$  alors  $\cos \varphi = 1$  ;  $\sin \varphi = 0$  donc  $\underline{Z} = |\underline{Z}|$  et  $a = |\underline{Z}|; b = 0$

Si  $\varphi = +\frac{\pi}{2}$  alors  $\cos \varphi = 0$  ;  $\sin \varphi = 1$  donc  $\underline{Z} = j|\underline{Z}|$  et  $a = 0; b = |\underline{Z}|$

Si  $\varphi = -\frac{\pi}{2}$  alors  $\cos \varphi = 0$  ;  $\sin \varphi = -1$  donc  $\underline{Z} = -j|\underline{Z}|$  et  $a = 0; b = -|\underline{Z}|$

Ce qui revient à :

Si  $\varphi = 0$  et  $|Z| = 1$  alors  $e^{j0} = 1$  ; Si  $\varphi = \frac{\pi}{2}$  et  $|Z| = 1$  alors  $e^{j\frac{\pi}{2}} = j$

Si  $\varphi = -\frac{\pi}{2}$  et  $|Z| = 1$   $e^{-j\frac{\pi}{2}} = -j$

**Exercice 1.1** On pose  $\underline{Z} = 3 + 2j$ , trouver la forme trigonométrique et exponentielle de  $\underline{Z}$  :

### Nombres complexes conjugués

Deux nombres complexes conjugués sont deux nombres qui ont :

- même partie réelle ;
- des parties imaginaires opposées

Exemple :

Si  $\underline{Z} = |Z|(\cos \varphi + j \sin \varphi)$  alors le conjugué de  $\underline{Z}$  est  $\underline{Z}^* = |Z|(\cos \varphi - j \sin \varphi)$

## 2 - MANIPULATION DES NOMBRES COMPLEXES

### Somme de deux nombres complexes

Considérons la somme ou la différence de deux nombres complexes :

$$\underline{Z} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 = (a + jb) + (c + jd) = (a + c) + j(b + d)$$

Le module de  $\underline{Z}$  s'écrit alors :  $|\underline{Z}| = \sqrt{(a + c)^2 + (b + d)^2}$

L'argument  $\varphi$  de  $\underline{Z}$  se calcule simplement d'après la figure 2 :  $\text{tg } \varphi = \frac{b + d}{a + c}$ , donc

$$\varphi = \text{arctag}\left(\frac{b + d}{a + c}\right). \text{(Figure 2)}$$

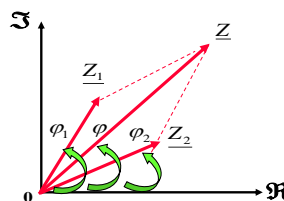


Figure 2 Représentation vectorielle de la somme de deux nombres complexes

On additionne ou on soustrait deux nombres complexes en additionnant ou en soustrayant séparément leurs parties réelles et leurs parties imaginaires.

**Exercice 2.1** Soit  $\underline{Z}_1 = 3 - 2j$ ;  $\underline{Z}_2 = 5 + 4j$  et  $\underline{Z} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2$ . Donner le module et l'argument de  $\underline{Z}$

### Produit de deux nombres complexes

Considérons le produit de deux nombres complexes  $\underline{Z} = \underline{Z}_1 \times \underline{Z}_2$

On obtient :

$\underline{Z} = (a + jb) \times (c + jd) = \sqrt{a^2 + b^2} \times \sqrt{c^2 + d^2} [(\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + j \sin(\varphi_1 + \varphi_2))]$  Cela revient à dire que pour multiplier deux nombres complexes l'un par l'autre, on fait le produit de leurs modules et la somme de leurs arguments.

**Exercice 3.1** Soit  $\underline{Z}_1 = \sqrt{3} - j$ ;  $\underline{Z}_2 = 1 - j$  et  $\underline{Z} = \underline{Z}_1 \times \underline{Z}_2$ . Donner le module et l'argument de  $\underline{Z}$ .

### Quotient de deux nombres complexes

Considérons le rapport de deux nombres complexes :  $\underline{Z} = \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2} = \frac{a + jb}{c + jd}$

Le module de  $\underline{Z}$  s'écrit alors :  $|\underline{Z}| = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{\sqrt{c^2 + d^2}}$

Le module du rapport de deux nombres complexes est égal au rapport des modules.

L'argument de  $\underline{Z}$  s'écrit :  $\varphi = \arctg\left(\frac{b}{a}\right) - \arctg\left(\frac{d}{c}\right)$

L'argument du rapport de deux nombres complexes est égal à la différence des arguments.

**Exercice 4.1** Soit  $\underline{Z}_1 = \sqrt{3} - j$ ;  $\underline{Z}_2 = 1 - j$  et  $\underline{Z} = \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2}$ . Donner le module et l'argument de  $\underline{Z}$ .

### **3- REPRESENTATION COMPLEXE DES GRANDEURS ELECTRIQUES**

#### **Tension**

$$v(t) = V\sqrt{2} \sin(\omega t + \theta_v) \Rightarrow \underline{V} = V.e^{j\theta_v}$$

Comme pour la représentation de Fresnel, le module est la valeur efficace  $U$  et l'argument la phase à l'origine  $\theta_v$ .

#### **Courant**

Idem pour le courant.

$$i(t) = I\sqrt{2} \sin(\omega t + \theta_i) \Rightarrow \underline{I} = I.e^{j\theta_i}$$

#### **Impédances**

D'une manière générale. Si on considère un dipôle d'impédance  $\underline{Z}$  (Figure 3)

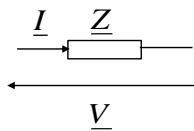


Figure 3. Dipôle d'une impédance  $\underline{Z}$

L'impédance complexe s'exprime :  $\underline{Z} = Z.e^{j\varphi}$  en ohm ( $\Omega$ )

$\varphi$  Est le déphasage provoquée par le dipôle entre la tension aux bornes du dipôle et le courant qui le traverse (en radians - rad).

Ce qui donne pour les dipôles R, L et C (Tableau 1)

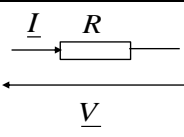
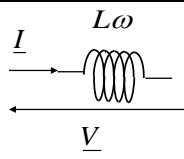
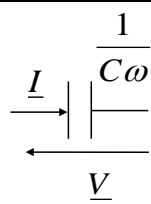
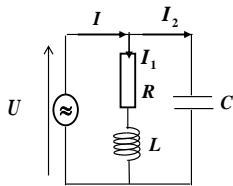
	RESISTANCE	INDUCTANCE	CAPACITE
			
Impédance ( $\Omega$ )	$Z = R$	$Z = L\omega$	$Z = \frac{1}{C\omega}$
Déphasage ( $rad$ )	$\varphi = 0$	$\varphi = +\frac{\pi}{2}$	$\varphi = -\frac{\pi}{2}$
Impédance complexe ( $\Omega$ )	$\underline{Z} = R$	$\underline{Z} = jL\omega$	$\underline{Z} = -j\frac{1}{C\omega}$
Puissance active ( $W$ )	$P = R.I^2$	$P = 0$	$P = 0$
Puissance réactive ( $VAR$ )	$Q = 0$	$Q = L\omega.I^2$	$Q = -C\omega.V^2$
Puissance apparente ( $VA$ )	$\underline{S} = P$	$\underline{S} = jQ$	$\underline{S} = jQ$

Tableau 1.

**Exercice 5.1 :** Dans le montage ci-dessous

$U = 48V$   $f = 50Hz$   
 $R = 50\Omega$   $200mH$   $C = 10\mu F$

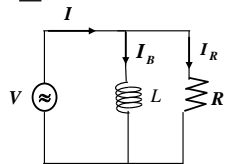


- Calculer  $I_1$ ,  $I_2$  et  $I$  en prenant  $U$  pour origine des arguments.

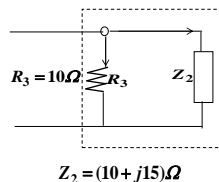
**Exercice 6.1**

Un dipôle soumis à la tension  $v(t) = 4\sqrt{2} \sin(314t + 0,524)$  est traversé par un courant d'intensité  $i(t) = 0,127\sqrt{2} \sin(314t - 1,047)$ . Ce dipôle est : R, L ou C ?

**Exercice 7.1 :** Pour un circuit R, Lw parallèle, tracez la représentation vectorielle de  $\underline{I}$  et donnez les expressions de sa valeur efficace  $|\underline{I}|$  et de son déphasage  $\varphi$ . On donne :  $I_B = 2A$ ;  $I_R = 1A$



**Exercice 8.1 :** Calculer l'impédance équivalente  $\underline{Z}$  du circuit ci-dessous



## FICHE MEMOIRE A COMPLETER

- **Forme cartésienne d'un nombre complexe  $\underline{Z}$ .**       $\underline{Z} = a + jb$
- **Forme trigonométrique d'un nombre complexe  $\underline{Z}$ .**       $\underline{Z} = |\underline{Z}|(\cos \varphi + j \sin \varphi)$
- **Forme exponentielle d'un nombre complexe  $\underline{Z}$ .**       $\underline{Z} = |\underline{Z}|e^{j\varphi}$

Remarque :

- La tension continue est une tension fixe et ne varie pas au fil du temps.
- La tension sinusoïdale est une tension alternative qui varie de façon alternative, c'est-à-dire, une fois dans un sens, puis une fois dans l'autre. En France, la valeur efficace de la tension alternative est de 230 V~. Sa période est de 20 ms et sa fréquence est de 50 Hz.

A quoi correspond cette valeur efficace de 230 V ?

La valeur efficace d'une tension alternative, correspond à la valeur qu'aurait une tension continue qui créerait le même échauffement en traversant une même résistance.

La tension du 230 V efficace a une amplitude maximale de :  $230 \cdot \sqrt{2} = 325$  V.

Par conséquent, la tension varie entre + 325 V et - 325 V. Son amplitude de crête à crête est de:  $2 \times 325 = 650$  V

## CHAPITRE 2 – CIRCUIT MONOPHASE EN REGIME SINUSOÏDAL

### Circuits linéaires en régime sinusoïdal

Un circuit est linéaire s'il est constitué de résistances (R), d'inductances (L) et de capacités (C) dont les valeurs ne dépendent pas du courant qui les traverse.

### **Importance du régime sinusoïdal**

- La plus grande partie de l'énergie électrique est produite sous forme de courant alternatif sinusoïdal ;
- les fonctions sinusoïdales sont simples à manipuler mathématiquement et électriquement;
- toute fonction périodique de forme quelconque peut être décomposée en une somme de signaux sinusoïdaux.

### 1- FONCTION SINUSOÏDALE

#### **Définitions**

Une tension sinusoïdale est une grandeur périodique et alternative pouvant s'écrire sous la forme :  $v(t) = V_{\max} \sin(\omega t + \theta_u)$

$V_{\max}$  : est la valeur maximum de  $v(t)$

$t$  : est le temps en secondes (s)

$\omega$  : est la pulsation en radians par seconde *rad/sec* ;

$\omega t + \theta_u$  : est la phase instantanée en radians (rad) ;

$\theta_u$  : est la phase à l'origine en radians (rad).

- **Valeur moyenne**

$$\langle v(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T v(t) dt = 0 \text{ car il s'agit d'une fonction alternative}$$

- **Valeur efficace**

La valeur efficace d'une grandeur sinusoïdale est :  $V_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v^2 dt} = \frac{V_{\max}}{\sqrt{2}}$

T : période

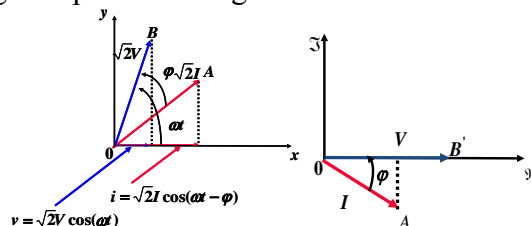
Par définition T est telle que  $v(t) = v(t + kT)$  ou  $k = 1, 2, 3$ , ce qui conduit à :  $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f}$ ,

avec  $\omega = 2\pi f$

**Exercice 1.2.**  $v(t) = 220\sqrt{2} \sin(315t + 1)$ . Déduire de cette équation les grandeurs :  $\omega; \varphi; T; f; V_{\max}; V_{\text{eff}}$

### 2- REPRESENTATION DE FRESNEL

Toute grandeur sinusoïdale (tension ou courant) sera représentée par un vecteur de longueur sa valeur efficace et d'angle sa phase à l'origine.



### Représentation d'un vecteur

En coordonnées cartésiennes il faut la position (x; y) de son extrémité par rapport à son origine. En coordonnées polaires, il faut sa longueur et l'angle qu'il fait avec un axe d'origine.

**Exercice 2.2 :** Considérons un dipôle  $Z$  inductive (Figure 1) traversé par un courant  $I$  et ayant entre ses bornes une tension  $V$ . Donnez les représentations vectorielles et les notations complexes de la tension  $V$  à ses bornes et du courant  $I$  le traversant. On considère la tension  $V$  à l'origine des phases.

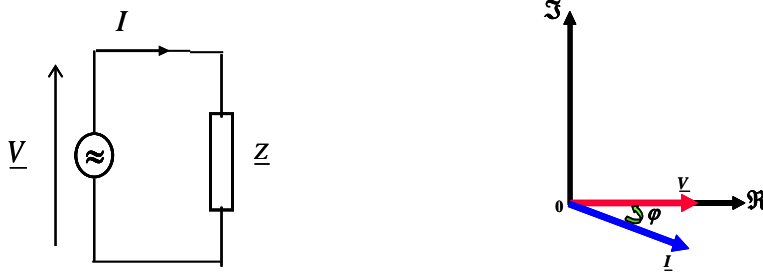


Figure 1 Représentation de Fresnel

Différence de phase :  $\varphi = \theta_u - \theta_i$

Si on prend la tension  $V$  comme origine des phases la représentation se simplifie.

$\varphi$  : représente le déphasage de  $I$  par rapport à  $V$ .

En représentation de Fresnel,  $\varphi$  est l'angle allant de  $I$  vers  $V$ .

Remarque :

- il n'est pas nécessaire de représenter la phase instantanée  $\omega t + \theta_u$  puisque dans un circuit électrique, toutes les grandeurs électriques auront la même pulsation  $\omega$ . La seule partie qui change pour les différents tensions et courants, ce sont la valeur efficace et la phase  $\varphi$  ;
- le déphasage  $\varphi$  dépend de l'impédance  $Z$

### 3- PROPRIETES

#### • Somme

La somme de deux grandeurs sinusoïdales de pulsation  $\omega$  est une grandeur sinusoïdale de même pulsation.

**Exercice 3.2 :** On donne le montage ci-dessous. Tracez la représentation vectorielle de  $I$  (Figure 2) et donnez les expressions de sa valeur efficace  $I$  et de son déphasage  $\varphi$ .

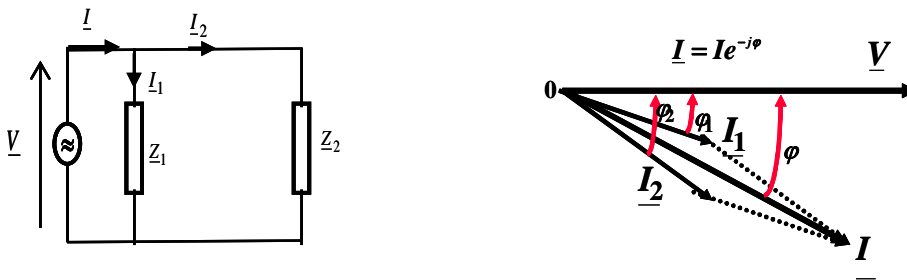


Figure 2 Représentation de Fresnel de  $I$

#### • Dérivation

Soit un courant d'intensité  $i(t) = I\sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi)$ . La grandeur complexe associée est :

$\underline{I} = I.e^{j\varphi}$ . On a  $\frac{d}{dt}i(t) \rightarrow j\omega \underline{I}$ . La dérivation revient à multiplier la valeur efficace par  $\omega$  et à

déphasé en avant de  $\frac{\pi}{2}$

• **Intégration :**

Soit un courant d'intensité  $i(t) = I\sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi)$ . La grandeur complexe associée est :

$\underline{I} = I.e^{j\varphi}$ . On a  $\int_0^t i(t') dt' \rightarrow \frac{1}{j\omega} \underline{I} = -j \frac{\underline{I}}{\omega}$ . L'intégration revient à diviser la valeur efficace par

$\omega$  et à déphasé en arrière de  $\frac{\pi}{2}$

Si  $i(t)$  est représenté par  $\underline{I}$  alors  $\frac{di}{dt}$  est associé à  $j\omega \underline{I}$  et  $\int idt$  à  $-j \frac{\underline{I}}{\omega}$ .

**Exercice 4.2 :** Donnez l'expression complexe de la tension  $\underline{V}$  et sa représentation vectorielle du dipôle (Figure 3) ci-dessous.

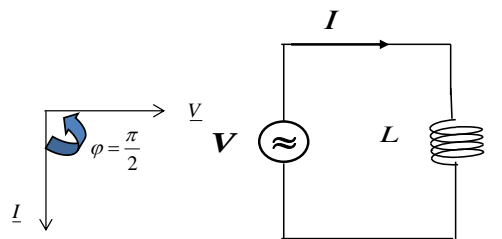


Figure 3 Représentation de Fresnel de V

• **Impédance complexe**

L'impédance complexe peut s'écrire sous la forme :  $\underline{Z} = R + jX$

La partie réelle de l'impédance complexe est appelée la résistance R du dipôle correspondant :

$$R = \text{Re}(\underline{Z}) = Z \cos \varphi$$

La partie imaginaire de l'impédance complexe est appelée la réactance X du dipôle correspondant :  $X = \text{Im}(\underline{Z}) = Z \sin \varphi$  Le module de Z est  $|\underline{Z}| = \sqrt{R^2 + X^2}$  et son argument est

$$\varphi = \arctan \frac{X}{R}$$

Le triangle des impédances (Figure 4) est le suivant :

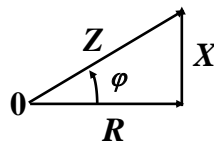


Figure 4 Le triangle des impédances

**Exercice 5.2** On donne le circuit RLC série ci-dessous. Donnez la notation complexe et la représentation vectorielle de la tension à ses bornes (Figure 5). Calculer la valeur efficace I et sa phase  $\varphi$

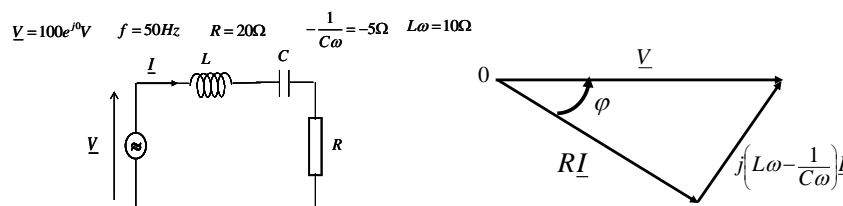


Figure 5 Représentation de Fresnel de V

#### 4. PUISSANCES EN REGIME SINUSOÏDAL

- **Puissance instantanée**

La puissance instantanée fournie par une source de tension de valeur  $v$  débitant un courant  $i$  est  $p = vi$  et s'exprime en Watt.

La puissance active est la valeur moyenne de la puissance instantanée :  $P = \frac{1}{T} \int_0^T vi dt$  et s'exprime également en Watt.

En sinusoïdal, on a  $i(t) = I\sqrt{2} \cos(\omega t - \varphi)$  et  $v(t) = V\sqrt{2} \cos(\omega t)$  alors

$$p = v.i = 2VI \cos(\omega t - \varphi) \cos(\omega t)$$

Pour réarranger les termes, on utilise la relation trigonométrique ci-dessous :

$$\cos a \times \cos b = \frac{1}{2} (\cos(a + b) + \cos(a - b))$$

$$\text{D'où } p = 2VI \times \frac{1}{2} (\cos(2\omega t - \varphi) + \cos \varphi) = VI \cos \varphi + VI \cos(2\omega t - \varphi)$$

Finalement, on constate que la puissance instantanée est la somme d'un terme constant  $VI \cos \varphi$  et d'un terme variant périodiquement  $VI \cos(2\omega t - \varphi)$ .

- **Puissance active**

La puissance active est la moyenne de la puissance instantanée. La valeur moyenne du terme périodique est nulle (c'est une fonction périodique alternative). Il reste donc le terme constant.

$$P = VI \cos \varphi$$

Unité : le watt (W).

V : valeur efficace de la tension (V) ;

I : valeur efficace du courant (A) ;

$\varphi$  : déphasage entre  $v$  et  $i$  (rad).

La puissance active correspond à une énergie / temps transformée en chaleur ( $P = RI^2$ ) ou en énergie mécanique comme dans un moteur ( $P = C \times \Omega$ ).

- **Puissance réactive**

La puissance réactive correspond à un échange d'énergie entre une source et une inductance ou un condensateur. Elle donne l'image de déphasage en courant et tension.

$$Q = VI \sin \varphi \quad \text{Unité : le voltampère réactif (VAR)}$$

- **Puissance apparente**

La puissance apparente vaut  $S = VI$  Unité : le voltampère (VA).

Elle est la somme de la puissance active et réactive :  $\underline{S} = P + jQ$

Triangle de puissances

En observant les relations ci-dessus on constate que :  $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$

Ce qui peut être schématisé par le triangle de puissances (Figure 6):

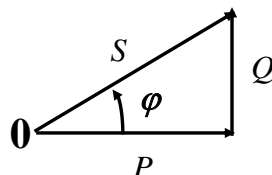


Figure 6. Triangle de puissances

- **Autres relations**

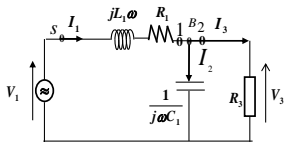
$$Q = P \tan \varphi \quad P = S \cos \varphi$$

- **Théorème de Boucherot**

Les puissances active et réactive absorbées par un groupement de dipôles sont respectivement égales à la somme des puissances actives et réactives absorbées par chaque élément du groupement.

$$P = \sum_{i=1}^n P_i; Q = \sum_{i=1}^n Q_i \rightarrow \underline{S} = P \pm jQ = \sum_{i=1}^n P_i \pm j \sum_{i=1}^n Q_i$$

**Exercice .6.2 :** On considère le circuit ci-dessous et on donne  $V_3 = 228,31V$ . Calculer la tension  $V_1$  en utilisant la méthode de Boucherot



$$V_3 = 228,31V; R_1 = 1\Omega; L_1\omega = 2\Omega; \frac{1}{C_1\omega} = 400\Omega; R_3 = 20\Omega$$

- **Importance du facteur de puissance  $\cos \varphi$**

La tension  $V$  étant imposée par le réseau EDF (230V, 50 Hz) et la puissance  $P$  nécessaire pour l'installation électrique, le courant s'adapte suivant la relation  $I = \frac{P}{V \cos \varphi}$ .

Problème économique: plus  $I$  est faible plus les pertes sont faibles. Pour diminuer  $I$  sans modifier  $P$  ou  $V$ , il faut augmenter  $\cos \varphi$ . On dit qu'il faut relever le facteur de puissance.

Problème électrique: comment modifier  $\cos \varphi$  sans modifier la puissance active  $P$  ?

Réponse : le facteur de puissance peut s'exprimer de la façon suivante;  $\cos \varphi = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}}$

Plus  $Q$  se rapproche de 0, plus  $\cos \varphi$  se rapproche de 1. En rajoutant à l'installation électrique des condensateurs on modifie  $Q$  sans modifier  $P$ .

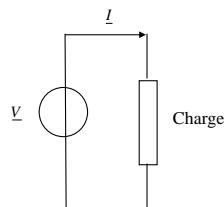
- **Relèvement du facteur de puissance**

Si l'installation électrique est inductive ( $Q > 0$ ), il faut diminuer  $Q$  en ajoutant des condensateurs ( $Q_C < 0$ ) de telle sorte que  $0 < Q + Q_C < Q$ .

Dans la plupart des situations la charge est de type inductive (transformateurs, moteurs, chauffage, ...). Pour relever son facteur de puissance il faut donc y ajouter en parallèle un condensateur (Figure 7).

L'objectif est de dimensionner le condensateur en fonction du facteur de puissance recherché.

Sans le condensateur



Avec le condensateur

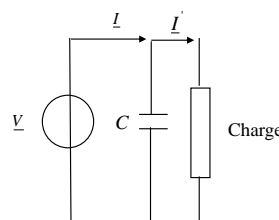


Figure 7. Mise en parallèle d'un condensateur à la charge

D'après les schémas ci-dessus, on peut faire le bilan des puissances (Tableau 1).

	Puissance active	Puissance réactive	Déphasage
Charge seule	P	$Q = P \tan \varphi$	On a $\varphi$
Condensateur seul	0	$Q_c = -C\omega V^2$	$-\frac{\pi}{2}$
Charge + condensateur	P	$Q' = Q + Q_c = P \tan \varphi'$	On cherche $\varphi'$

Tableau 1. Bilan des puissances

On en déduit la capacité du condensateur de la manière suivante :

$$Q_c = -C\omega V^2 = Q' - Q$$

$$-C\omega V^2 = P \tan \varphi' - P \tan \varphi$$

$$\text{Finalement : } C = \frac{P(\tan \varphi - \tan \varphi')}{\omega V^2}$$

**Exercice 7.2.** Une installation électrique est alimentée en régime sinusoïdal monophasé de fréquence  $f = 50$  Hz, sous la tension efficace  $V = 240$  V. Elle comporte :

- 30 lampes de 100 W chacune
- 2 moteurs identiques, de puissance utile  $P_u = 1,9$  kW, de rendement  $\eta = 0,95$  et de facteur de puissance 0,7.

Ces récepteurs sont montés en parallèle et fonctionnent simultanément.

Calculer :

- Les puissances active P et réactive Q de l'installation
- Le facteur de puissance  $\cos \varphi$  de l'installation
- L'intensité I du courant en ligne
- La capacité C du condensateur permettant de relever le facteur de puissance à 0,93.
- L'intensité I' du courant en ligne après compensation

Avant compensation

récepteurs	P (kW)	Q (kVAR)	$\cos \varphi$	$\tan \varphi$	I (A)
lampes	3	0	1	0	12,5
Moteurs	4	+4,08	0,7	1,02	23,8
Installation	7	+4,08	0,86	0,583	33,8

Après compensation

récepteurs	P (kW)	Q (kVAR)	$\cos \varphi$	$\tan \varphi$	I (A)
lampes	3	0	1	0	12,5
Moteurs	4	+4,08	0,7	1,02	23,8
Condensateur	0	-1,31	0		5,46
Installation	7	2,77	0,93	0,395	31,4

Tableau 2. Bilan de puissances avant et après compensation

- **Chute de tension en ligne**

Lorsqu'un circuit est traversé par un courant I, il y a chute de tension entre sa source et le récepteur. Or le bon fonctionnement d'un récepteur nécessite de limiter la chute de tension ( $\Delta V$ ).

**Exercice 8.2 :** Un récepteur résistif et inductif ci-dessous, ayant une tension  $V'$  à ses bornes, absorbe un courant I déphasé de  $\varphi$  en arrière sur cette tension. Ce récepteur est alimenté par une source de tension sinusoïdale V au moyen d'une ligne de résistance r et de réactance x. Tracez, sur un même graphe, les différentes tensions (Figure 8) et donnez l'expression de la chute de tension.

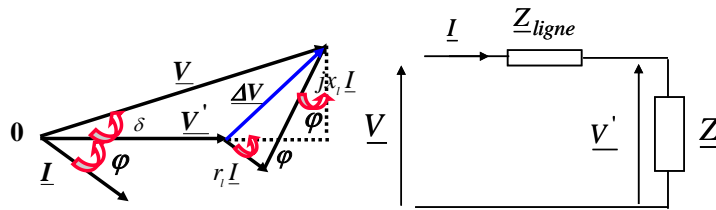


Figure 8 Représentation de Fresnel de V

$$\begin{cases} V \cos \delta = V' + r_l I \cos \varphi + x_l I \sin \varphi \\ V - V' = r_l I \cos \varphi + x_l I \sin \varphi \rightarrow \delta = 0 \\ \Delta V = r_l I \cos \varphi + x_l I \sin \varphi \end{cases}$$

### 5- METHODE D'ETUDES DES CIRCUITS ELECTRIQUES LINEAIRES

Dans le cas général, c'est la tension  $V$  aux bornes de la source qui est connue puisqu'elle est fixée par EDF. En pratique, on suppose la tension ou le courant dans le récepteur le plus en aval de la source égal à une valeur arbitraire. Si le circuit est linéaire et tous les éléments sont donnés par leurs impédances, alors tous les courants et toutes les tensions sont proportionnels. On calcule la tension aux bornes de la source et on se sert du rapport de la tension réelle sur la tension calculée pour corriger toutes les grandeurs électriques :

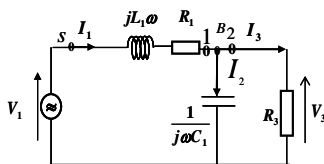
On corrige les valeurs des tensions avec :  $V_3^{réelle} = \left[ \frac{V^{réelle}}{V^{calculée}} \right] * V_3^{fixée}$

Il en est de même pour les courants :  $I_3^{réelle} = \left[ \frac{V^{réelle}}{V^{calculée}} \right] * I_3^{calculé}$

Pour toutes les puissances, on utilise le rapport au carré :  $P_3^{réelle} = \left[ \frac{V^{réelle}}{V^{calculée}} \right]^2 * P_3^{calculée}$

$$Q_3^{réelle} = \left[ \frac{V^{réelle}}{V^{calculée}} \right]^2 * Q_3^{calculée}$$

**Exercice 9.2 :** On considère le circuit ci-dessous et on fixe  $V_3 = 200V$ . En se servant du rapport de la tension réelle sur la tension calculée déterminez  $V_3$  et toutes les grandeurs électriques du circuit.



$$V_1 = 240e^{j0}V; R_1 = 1\Omega; L_1\omega = 2\Omega; \frac{1}{C_1\omega} = 400\Omega; R_3 = 20\Omega$$

Questions de cours

Q1. D'où vient l'énergie réactive ?

R1. L'énergie réactive est liée à l'utilisation de récepteurs inductifs (moteurs, transformateurs).

Q2. Quel élément permet de mesurer la consommation d'énergie réactive ?

R2. Le facteur de puissance  $\cos \varphi$  ou la  $\tan \varphi$

Q3. Quel est le seuil de facturation d'EDF ?

R3.  $\cos \varphi = 0.93$  et  $\tan \varphi = 0.4$ .

Q4. Quel est l'intérêt d'un bon facteur de puissance  $\cos \varphi$  ?

R4. -Augmentation de la puissance disponible au secondaire du transformateur.

- Diminution du courant véhiculé dans l'installation en aval du disjoncteur BT. Ceci entraîne la diminution des pertes par effet Joule dans les câbles

Q5. Quelles sont les inconvénients de la circulation d'énergie réactive ?

R5. Une grande puissance réactive donc un mauvais facteur de puissance ( $\cos\phi$  faible ou  $\tan\phi$  fort) nous pénalise sur :

- une diminution de la puissance active disponible au secondaire du transformateur alimentant l'installation
- Le dimensionnement des câbles et de l'installation: Pertes importantes par échauffement. Le courant appelé chez EDF: surfacturation. C'est pourquoi EDF sanctionne par une majoration tarifaire les clients ayant un mauvais  $\cos\phi$ .

## CHAPITRE 3–CIRCUIT TRIPHASE EN REGIME SINUSOÏDAL

### Systèmes triphasés symétriques

Un système triphasé est un ensemble de 3 grandeurs (tensions ou courants) sinusoïdales de même fréquence, déphasées les unes par rapport aux autres.

Le système est symétrique si les valeurs efficaces des grandeurs sinusoïdales sont égales et si

le déphasage entre deux grandeurs consécutives vaut  $\frac{2\pi}{3}$

Pour un système triphasé (de tension), on a :

$$v_1 = V\sqrt{2} \sin(\omega t) \rightarrow v_2 = V\sqrt{2} \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \rightarrow v_3 = V\sqrt{2} \sin(\omega t - \frac{4\pi}{3})$$

En tout instant, la somme des trois tensions est nulle :  $\underline{V}_1 + \underline{V}_2 + \underline{V}_3 = 0$

Le diagramme des Fresnel (Figure 1) pour un système triphasé est le suivant :

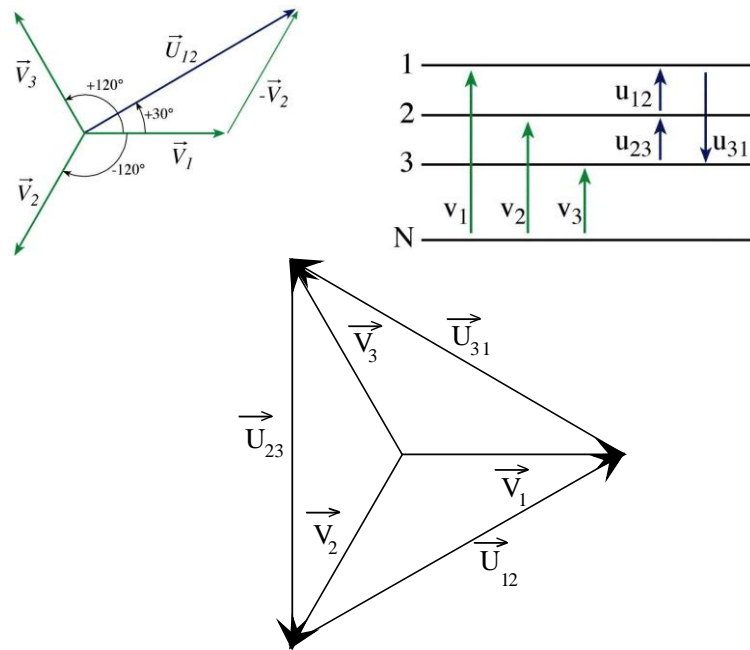


Figure 1 diagramme de Fresnel d'un système triphasé

Un circuit triphasé est équilibré quand la source et la charge sont toutes les deux équilibrées.

### 1- COUPLAGE DES TROIS PHASES

Il existe 2 manières de coupler 3 impédances identiques pour réaliser une charge triphasée équilibrée: le couplage étoile et le couplage triangle.

- **Couplage étoile (Figure 2)**

Si on considère la charge étoile avec connexion du neutre, chaque impédance est soumise à la tension simple  $V$ , le courant qui circule dans ces impédances obéit à la relation  $I = V/Z$ . Les courants  $I_1$ ,  $I_2$  et  $I_3$  forme un système équilibré de courant. Le courant dans le neutre est nul  $\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 0$  et la déconnexion de ce dernier ne change rien au fonctionnement électrique.

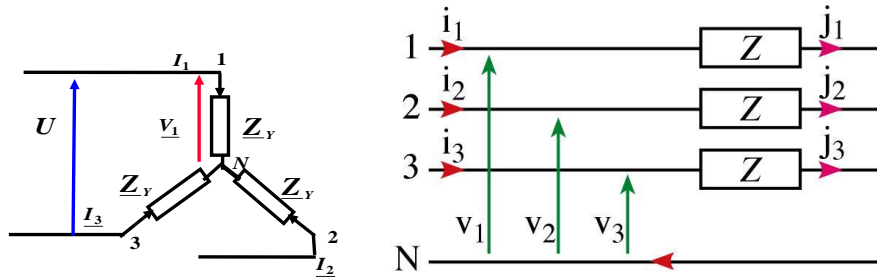


Figure 2 Couplage étoile

Il apparaît deux types de tension : les tensions simples entre une phase et le neutre ( $\underline{V}_1, \underline{V}_2, \underline{V}_3$ ) et les tensions composées entre deux phases ( $\underline{U}_{12}, \underline{U}_{23}, \underline{U}_{31}$ ).

Relation entre les tensions U et V. (Figure 3)

$$U = 2V \cos \frac{\pi}{3} = 2V \frac{\sqrt{3}}{2} = V\sqrt{3}$$

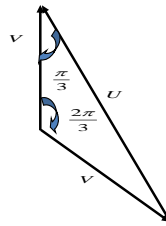


Figure 3 Tension composée U

On obtient :  $\underline{U} = \sqrt{3}V e^{j\frac{\pi}{6}}$  Cette relation est toujours vraie quel que soit la charge.

• **Couplage triangle (Figure 4)**

Les trois impédances sont reliées les unes aux autres pour former un triangle

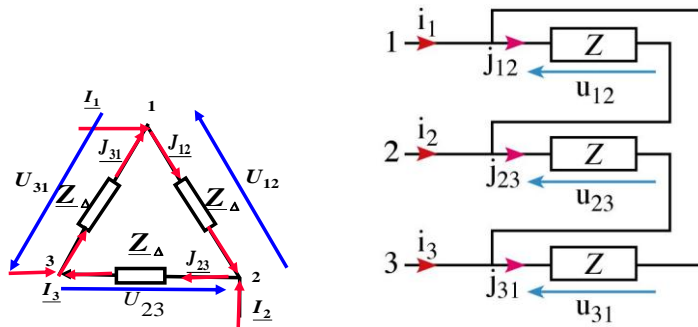


Figure 4 couplage triangle

Il apparaît deux types de courants : les courants de ligne ( $\underline{I}_1, \underline{I}_2, \underline{I}_3$ ) et les courants polygonaux dans le triangle ( $\underline{J}_{12}, \underline{J}_{23}, \underline{J}_{31}$ ). La loi des nœuds donne  $\underline{I}_1 = \underline{J}_{12} - \underline{J}_{31}$ ,  $\underline{I}_2 = \underline{J}_{23} - \underline{J}_{12}$ ,  $\underline{I}_3 = \underline{J}_{31} - \underline{J}_{23}$

Relation entre les tensions I et J. (Figure 5)

$$I = 2J \cos \frac{\pi}{3} = 2J \frac{\sqrt{3}}{2} = J\sqrt{3}$$

On obtient :  $\underline{I} = \sqrt{3}J e^{-j\frac{\pi}{6}}$

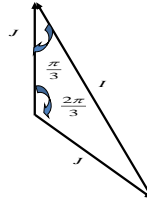


Figure 5 Courant de ligne I

### Traitement des réseaux en régime triphasé équilibré

Lorsqu'un système triphasé présente un fonctionnement équilibré, il n'est pas nécessaire d'étudier son fonctionnement dans sa globalité. L'étude peut se limiter à ce qui se passe sur une seule phase car les phénomènes sur les autres phases ne diffèrent que par un déphasage de  $\frac{2\pi}{3}$

### 2- SCHEMA MONOPHASÉ ÉQUIVALENT D'UN RÉCEPTEUR TRIPHASÉ

Si le couplage des impédances est en **étoile** alors le schéma monophasé (Figure 6) se déduit simplement de la relation  $V = Z \times I$

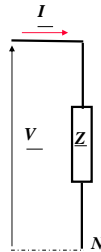


Figure 6 Schéma monophasé équivalent d'un récepteur étoile

Si les impédances sont en couplage **triangle**, on peut faire le raisonnement suivant. Le couplage triangle est équivalent à un couplage étoile (Figure 7) réalisé avec des impédances valant  $Z/3$

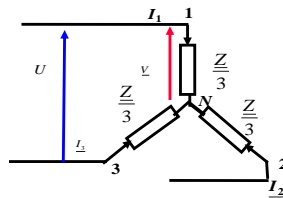


Figure 7 couplage étoile équivalent à un couplage triangle

Le schéma monophasé (Figure 8) se déduit simplement de la relation  $V = \frac{Z}{3} \times I$  de couplage en étoile

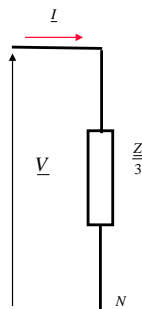
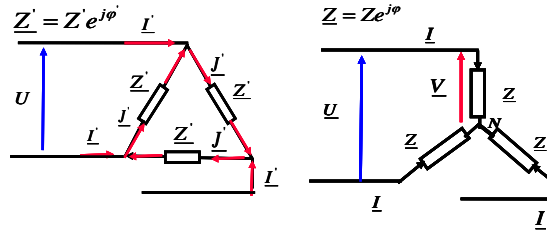


Figure 8 Schéma monophasé équivalent d'un récepteur triangle

**Exercice 1.3.** On considère le circuit ci-dessous. Calculer la relation entre  $Z$  et  $Z'$  pour que ces deux charges soient équivalentes



### 3- PUISSANCES

Dans le cas d'un système triphasé équilibré, les puissances totales valent trois fois les puissances du système monophasé équivalent

L'application de la conservation des puissances actives et réactives permet d'écrire.

$$P = P_1 + P_2 + P_3 \text{ Et } Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

Dans le cas où la charge est équilibrée, L'expression des puissances se simplifie

$$P_1 = P_2 = P_3 = 3VI \cos \varphi \text{ Et } Q_1 = Q_2 = Q_3 = 3VI \sin \varphi . S = 3VI$$

On peut exprimer ces puissances en fonction de tensions composées :

$$P = \sqrt{3}UI \cos \varphi ; Q = \sqrt{3}UI \sin \varphi ; S = \sqrt{3}UI$$

### Mesures

En triphasé, si le neutre est accessible, on utilise la méthode des trois wattmètres (Figure 9) .

Ils indiquent  $P = P_1 + P_2 + P_3$

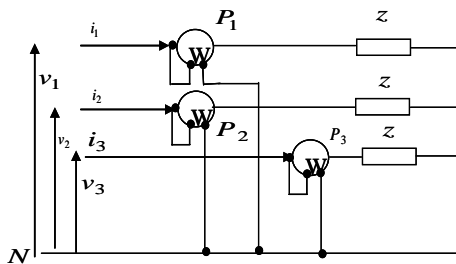


Figure 9 Méthode des trois wattmètres

Lorsque le neutre n'est pas accessible, on a recours à la méthode des deux wattmètres (Figure 10).

Ils indiquent :  $P = P'_1 + P'_2$  et  $Q = \sqrt{3}(P'_1 - P'_2)$

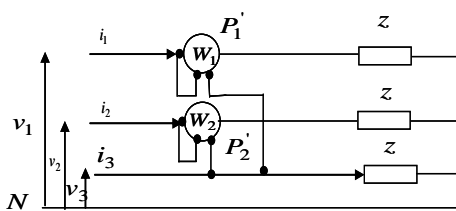
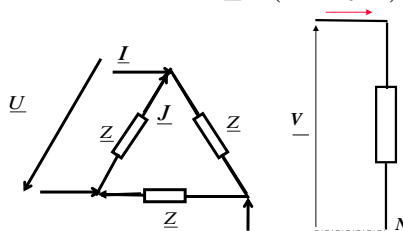


Figure 10 Méthode des deux wattmètres

**Exercice 2.3** Donner le schéma monophasé équivalent du circuit triphasé ci-dessus et calculer les puissances  $P, Q, S$  consommées par les impédances  $\underline{Z} = (240 + j70)\Omega$  ; On donne  $U = 13800V$



**Exercice 3.3** Soit un circuit triphasé composé des éléments suivants :

Un récepteur  $Z_1$  ( $P_1=20$  kW et  $\cos \varphi_1=0,9$ )

Un récepteur  $Z_2$  ( $P_2=20$  kW et  $Q_2= 20$  kVAR).

La tension du réseau d'alimentation est de 230/400 V.

1). Calculer  $Q_1$ ,  $\tan \varphi_1$ ,  $\cos \varphi_2$ ,  $\tan \varphi_2$ .

2). Quelle puissance active consomme réellement chacun des deux récepteurs

3). Calculer le courant absorbé  $I_1$  et  $I_2$ .

Conclusion sur le dimensionnement des câbles ?

## CHAPITRE 4 – BOBINE A NOYAU DE FER (BNF)

La bobine à noyau de fer

Un bobinage associé à un circuit magnétique (matériau ferromagnétique) constitue une bobine à noyau de fer (BNF). Cet élément est alimenté en régime sinusoïdal et la réponse des grandeurs électriques et magnétiques est liée au comportement saturé ou non du matériau. (la barre représente le noyau du circuit magnétique) (Figure 1).

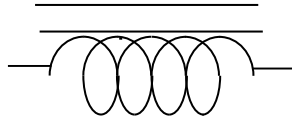


Figure 1 Symbole de la bobine à noyau de fer

### 1- COMPORTEMENT DE LA BNF NON SATURÉE

Dans cette partie, on analyse chaque phénomène linéaire indépendamment des autres, puis le tout est regroupé pour établir le modèle linéaire de la BNF.

#### Constitution d'une BNF.

La bobine à noyau de fer est constituée essentiellement (Figure 2)

- D'un circuit magnétique formé d'un empilement de tôles magnétiques minces isolées entre elles par une couche de vernis
- D'une bobine de  $n$  spires. La résistance propre du conducteur de l'enroulement de longueur  $l$ , de section  $s$  et constitué d'un matériau de résistivité  $\rho$  est :  $r = \rho \frac{l}{s}$

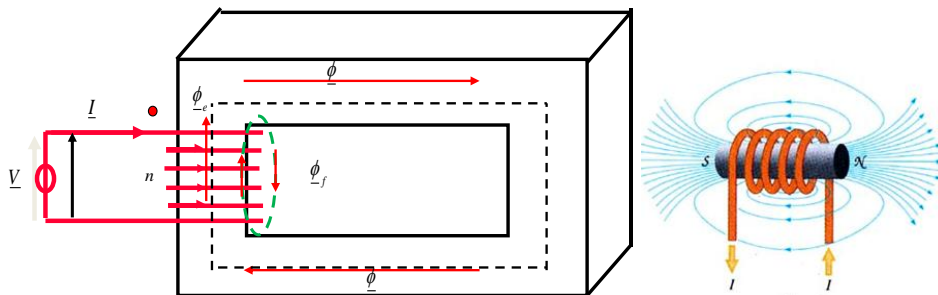


Figure 2. Constitution d'une BNF

On distingue le flux dans le fer  $\phi$  du flux de fuite  $\phi_f$

Le flux embrassé par l'enroulement s'écrit :  $\phi_e = \phi + \phi_f$

#### Etude de fonctionnement

Si on alimente la bobine à noyau de fer par une tension sinusoïdale  $v(t) = V_{\max} \sin(\omega t + \theta_u)$ , la force magnétomotrice  $ni$  engendre un flux  $\phi_e = \phi + \phi_f$

La loi des mailles donne:  $v = ri + n \frac{d}{dt} \phi_e = ri + L \frac{d}{dt} i(t) + l_f \frac{d}{dt} i(t)$

Le premier terme correspond à l'inductance propre de l'enroulement ( $L$ ). Le second correspond à une inductance de fuite ( $l_f$ ).

Le circuit électromagnétique équivalent d'une BNF est donné par la (Figure 3):

**La réluctance** caractérise l'opposition au passage des lignes de champ magnétique, elle est l'équivalent de la « résistance » qui s'oppose au passage du courant électrique.

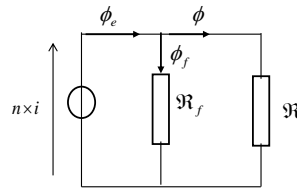


Figure 3. Circuit électromagnétique équivalent d'une BNF

- **Inductance propre L**

Dans la partie linéaire du matériau, la perméabilité relative  $\mu_r$  est constante, donc  $B = \mu_r \mu_0 H$   
 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} S.I$  : Perméabilité du vide ; B : Champ d'induction magnétique (T) ; H: Champ d'excitation magnétique (A. tours/m).

Dans ces conditions, on peut définir la réluctance du circuit magnétique :  $\mathfrak{R} = \frac{l_{moy}}{\mu_r \mu_0} \times \frac{1}{S}$

$l_{moy}$  : La longueur de la ligne de champ moyenne (m); S: Section du circuit magnétique (m<sup>2</sup>)

La relation d'Hopkins relie le flux dans le circuit magnétique  $\phi$  au courant  $i$  :  $nI = \mathfrak{R}\phi$

Le flux total à travers toutes les spires est alors :  $\phi_t = n\phi = n \times \frac{nI}{\mathfrak{R}} = \frac{n^2}{\mathfrak{R}} \times I$

Ce coefficient de proportionnalité entre  $\phi_t$  et  $I$  est l'inductance propre de la BNF :  $L = \frac{n^2}{\mathfrak{R}}$

- **Inductance de fuite**

Toutes les lignes de champ créées par l'enroulement n'apparaissent pas dans le circuit magnétique. Pour des raisons essentiellement de fabrication, certaines d'entre-elles se rebouclent dans l'air proche des spires.

- **Modèle électrique linéaire de la BNF**

La bobine laisse apparaître la résistance de l'enroulement, son inductance propre et l'inductance qui traduit les fuites magnétiques.  $v = ri + L \frac{d}{dt} i(t) + l_f \frac{d}{dt} i(t)$

Contribution de résistance :  $r$

Contribution de l'inductance propre :  $L$

Contribution de l'inductance de fuite :  $l_f$

De cette relation, on déduit le modèle électrique équivalent de la bobine à noyau de fer en régime linéaire présenté à la Figure 4.

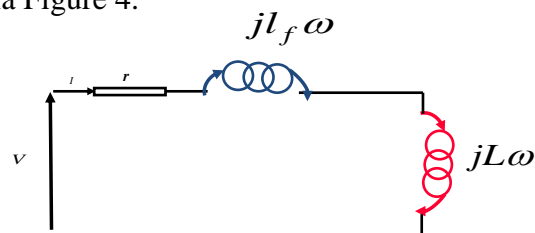


Figure 4. Modèle électrique linéaire de la bobine

La loi des mailles du modèle peut donc s'écrire en complexe :  $\underline{V} = r\underline{I} + jL\omega\underline{I} + jl_f\omega\underline{I}$

## **2- COMPORTEMENT DE LA BNF SATURÉE**

Influence de la saturation

Dans les applications industrielles, les grandeurs sinusoïdales tensions et courants ont des amplitudes élevées. Par conséquent, la saturation est vite atteinte. On ne peut plus tenir

compte de la linéarité du matériau ( $\mu_r$  n'est pas constant). La réluctance et l'inductance ne peuvent plus être définies.

De plus, le parcours répétitif du cycle d'hystérésis nécessite de tenir compte des influences énergétiques.

Cette nouvelle donne incite à reconsidérer l'étude des circuits magnétiques en régime saturé. Illustration de la caractéristique  $B = f(H)$  d'une BNF en régime saturé (Figure 5)

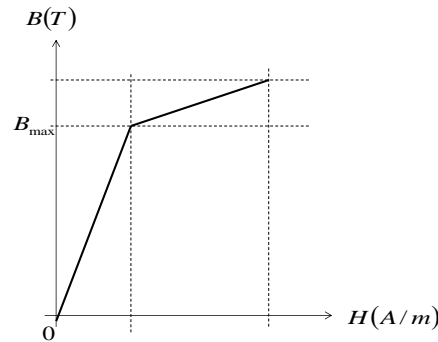


Figure 5. Caractéristique  $B = f(H)$  d'une BNF en régime saturé

- **Pertes par courants de Foucault**

Les matériaux ferromagnétiques ont des propriétés conductrices pour le courant électrique : en présence d'un flux variable, la f.é.m. induite crée les courants de Foucault qui circulent dans le matériau.

La puissance active consommée par le circuit magnétique est appelée pertes fer et s'exprime en fonction du facteur de qualité des tôles magnétiques  $q$ , de la masse des tôles  $M$ , de la fréquence d'utilisation  $f$  et de l'induction magnétique maximale  $B_{max}$  dans le circuit

$$\text{magnétique : } p_F^W = q^{W/kg} \times M^{kg} \times \left( \frac{f^{Hz}}{50} \right) \times (B_{max}^T)^2. \quad p_F = \frac{V^2}{R_F}$$

**Moyens de réduction des pertes par courants de Foucault**

- Utiliser un matériau plus résistif : fer avec addition de silicium, ferrite.
- Augmenter la résistance au passage des courants: circuit magnétique composé de tôles (feuilletage) isolées entre elles par oxydation superficielle (Figure 6).

Remarque : le chauffage par induction favorise le phénomène en augmentant la fréquence.

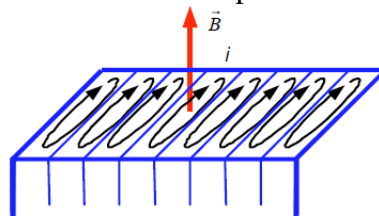


Figure 6. Le circuit magnétique est feuilleté

- **Pertes par hystérésis**

Sous l'effet des champs d'induction et d'excitation, les forces de Laplace créent des contraintes internes au matériau. Leur frottement les uns contre les autres favorise l'échauffement du matériau : ce sont les pertes par hystérésis.

L'épaisseur du cycle d'hystérésis influe sur la puissance active consommée par la bobine

**Moyens de réduction des pertes par hystérésis**

Pour réduire les pertes par Hystérésis on doit choisir tôles qui ont des cycles étroits (tôles au silicium).  $p_H = k_H B_{max}^2 \times f$

- **Modèle électrique équivalent d'une BNF (Figure 7).**

Le modèle électrique final traduit le fonctionnement énergétique de la BNF

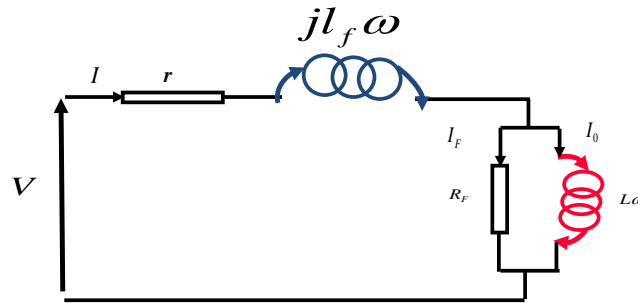


Figure 7 : Modèle électrique équivalent d'une BNF

r : résistance de l'enroulement

lf : inductance de fuite

L : inductance propre de la BNF

RF : résistance modélisant les pertes par courants de Foucault

**Exercice 1.4.** Une BNF a été soumise à un essai électrique, on a mesuré les valeurs suivantes :  $V = 220 \text{ V}$ ,  $I = 0,3 \text{ A}$ ,  $P = 10 \text{ W}$ ,  $f = 50 \text{ Hz}$ .

On néglige la résistance de l'enroulement et les fuites magnétiques.

Calculer le facteur de puissance, le courant magnétisant  $I_0$ , le courant  $I_F$ , la résistance  $R_F$  et l'inductance  $L$ .

**Applications**

En Electrotechnique, on rencontre les bobines à noyau de fer dans les électro-aimants (relais, contacteurs, levage), les bobines de lissage du courant, les bobines d'usage courant, les plateaux magnétiques de machine-outil ou les paliers magnétiques.

En électronique, on les trouve dans les inductances de filtrage, les selfs HF ajustables ou non. Dans ces cas les noyaux en ferrite sont de mise.

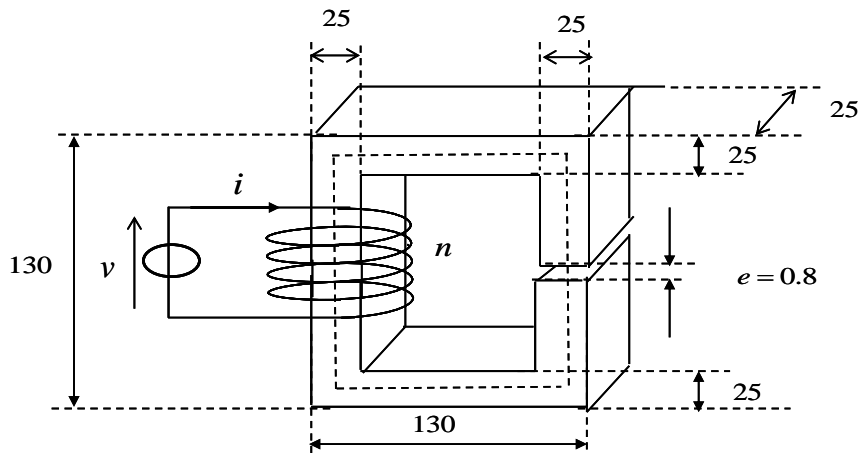
Exercice sur une BNF saturée avec un entrefer

**Exercice 2.4 :** Un système électromagnétique est destiné à placer une induction magnétique de  $1.4 \text{ T}$  dans un entrefer. Le circuit magnétique de section carrée  $25 \times 25 \text{ mm}^2$  La loi d'aimantation du circuit magnétique est la suivante :

- Tracer le schéma électromagnétique du système
- Calculez la valeur du courant  $i$  qui doit circuler dans la bobine ?

Les côtes sont données en millimètres  $n = 1200 \text{ spires}$ ;  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ S.I}$

B (T)	0	0,5	0,8	1	1,2	1,4	1,6	1,8
H (A/m)	0	220	490	760	1300	2450	4700	11500



## CHAPITRE 5 TRANSFORMATEUR MONOPHASE

Le transformateur est un convertisseur « alternatif-alternatif » qui permet de modifier la valeur efficace d'une tension alternative en maintenant la fréquence et la forme de l'onde inchangées.

Les transformateurs assurent **l'élévation** de tension entre la source (alternateurs EDF fournissant une tension de 20000 V) et le réseau de transport (400000 V en Europe), puis ils permettent **l'abaissement** de la tension du réseau vers l'utilisateur. Nous étudierons tout d'abord le transformateur monophasé et nous verrons comment en déduire son schéma équivalent.

On peut employer deux symboles pour représenter le transformateur monophasé (Figure 1).



Figure 1 – Symboles du transformateur.

### Constitution (Figure 2):

– un circuit magnétique fermé :

- de perméabilité magnétique aussi haute que possible afin de faciliter le plus possible le passage des lignes de champ magnétique ;
- d'hystérésis aussi faible que possible pour limiter les pertes ;
- feuilleté (tôles de 0,2 à 0,3 mm d'épaisseur) afin de limiter les courants de Foucault;
- de résistance électrique aussi élevée que possible, toujours dans le but d'affaiblir les courants de Foucault, à cette fin on utilise des aciers au silicium (2 à 3 %).

– deux enroulements (bobines) :

- le primaire alimenté par un générateur de tension alternative de tension  $V_1$  et comportant  $n_1$  spires. Il absorbe le courant  $I_1$ . Le primaire transforme l'énergie électrique reçue en énergie magnétique. C'est un récepteur d'énergie électrique qui transforme cette énergie en énergie magnétique ;
- le secondaire comporte  $n_2$  spires ; il fournit, sous la tension  $V_2$ , un courant  $I_2$  au récepteur. Le secondaire transforme l'énergie magnétique reçue du primaire en énergie électrique. C'est un générateur d'énergie électrique.

Les deux enroulements sont isolés électriquement, mais magnétiquement couplés par le flux  $\Phi$ . L'un des deux bobinages joue le rôle de **primaire**, il est alimenté par une tension variable et donne naissance à un flux variable dans le circuit magnétique. Le circuit magnétique conduit avec le moins de réluctance possible les lignes de champ magnétique créées par le primaire à travers les spires du deuxième bobinage.

D'après la loi de Faraday, ce flux magnétique variable induit une force électromotrice (f.é.m.) dans le deuxième bobinage qui est appelé **secondaire** du transformateur.

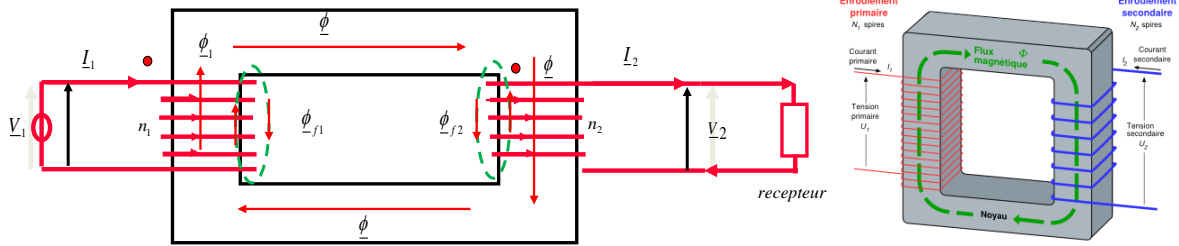


Figure 2 Constitution d'un transformateur monophasé

Si le primaire qui se comporte comme un **récepteur** vis à vis du réseau absorbe  $P_1 = V_1 I_1 \cos \varphi_1$  ( $\varphi_1$  étant le déphasage entre  $V_1$  et  $I_1$ ).

La conservation de la puissance permet d'écrire au rendement près :  $P_1 = P_2$ .

**Remarque** : De par son principe, le transformateur ne peut pas fonctionner s'il est alimenté par **une tension continue**. Le flux doit être variable pour induire une f.é.m. au secondaire, il faut donc que la tension primaire soit variable.

### 1.-TRANSFORMATEUR IDEAL

Afin de dégager les aspects fondamentaux, et compte tenu des ordres de grandeurs, il est commode d'utiliser la notion de transformateur idéal (sans pertes ni fuites) ou transformateur parfait. Nous verrons ensuite qu'un transformateur réel peut être étudié à partir de ce modèle en y introduisant les paramètres négligés ici.

- Transformateur parfait

Un transformateur parfait :

- n'a pas de fuite magnétiques :  $\cdot I_1 = \cdot I_2 = 0$  ;
- n'a pas de pertes Joule :  $r_1 = r_2 = 0$  ;
- possède un circuit magnétique infiniment perméable :  $\mathcal{R} = 0$  ;
- n'a pas de pertes fer.

Les équations se simplifient :

$$V_1 = +j\omega n_1 \varphi_1 ; V_2 = +j\omega n_2 \varphi_2 \text{ et } n_1 I_1 - n_2 I_2 = 0$$

On remarque d'autre part qu'on a en module  $\phi = \frac{V_1}{\omega n_1} = \frac{V_2}{\omega n_2}$ . En éliminant le flux commun et

en utilisant la relation d'Hopkinson, on obtient la relation fondamentale :

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{n_2}{n_1}. \text{ Le transformateur permet } \underline{\text{d'élever}} \text{ ou } \underline{\text{de diminuer}} \text{ la tension.}$$

### 2- TRANSFORMATEUR REEL A VIDE

Un transformateur à vide, c'est à dire tel qu' $I_2 = 0$  absorbe un courant à vide, faible devant le courant nominal

Cela signifie qu'à vide, le transformateur réel absorbe un courant  $I_{1V}$  qui comporte, outre le courant magnétisant  $I_{10}$ , un courant  $I_{1F}$ , en phase avec la tension, correspondant aux pertes fer

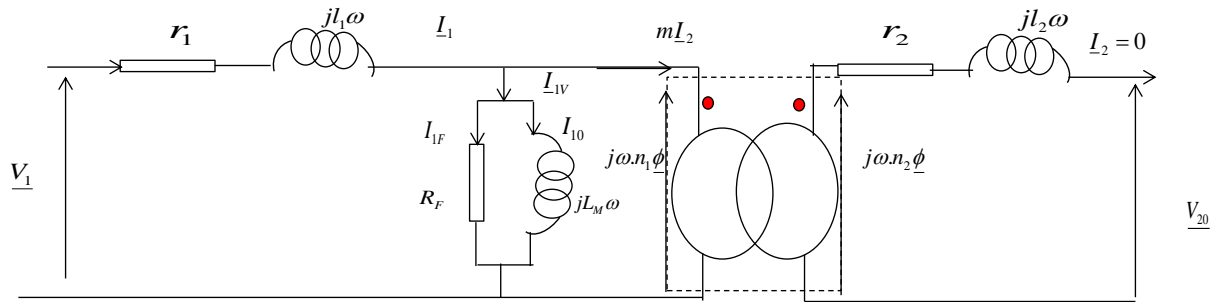


Figure 6 – Schéma équivalent du transformateur monophasé à vide

- $l_1, l_2$  inductance de fuite magnétique du primaire et du secondaire
- $r_1, r_2$  résistance de l'enroulement du primaire et du secondaire
- $L_M$ , l'inductance de magnétisation ramenée au primaire
- $R_F$  : résistance modélisant les pertes par courants de Foucault

$$P_V = p_F = V_1 I_{1F} = V_1 I_{1V} \cos \varphi_{1v} \quad \text{En négligeant } r_1 \text{ et } j l_1 \omega$$

$\varphi_{1v}$  Étant le déphasage entre  $V_1$  et  $I_{1v}$

Il est commode de présenter le schéma équivalent du transformateur à vide. En représentant les pertes fer par une résistance fictive  $R_F$ , absorbant sous la tension  $V_1$  le courant  $I_{1F}$  ;  $R_F$  est

$$\text{telle que : } p_F = V_1 I_{1V} = \frac{V_1^2}{R_F}. \text{ On aura donc finalement : } \underline{I}_1 = \frac{n_2}{n_1} \underline{I}_2 + \underline{I}_{1V}$$

### 3. TRANSFORMATEUR REEL EN CHARGE

- Schéma équivalent du transformateur monophasé

Le courant magnétisant et les pertes fer restent liés au flux. Le schéma équivalent de la figure 7 traduit les équations complètes :

$$\underline{V}_1 = (r_1 + j l_1 \omega) \underline{I}_1 + j \omega n_1 \underline{\phi} ; \quad \underline{V}_2 = -(r_2 + j l_2 \omega) \underline{I}_2 + j \omega n_2 \underline{\phi} \quad \text{et}$$

$$\underline{I}_1 = \frac{n_2}{n_1} \underline{I}_2 + \underline{I}_{1V} = \frac{n_2}{n_1} \underline{I}_2 + \underline{I}_{10} + \underline{I}_{1F}$$

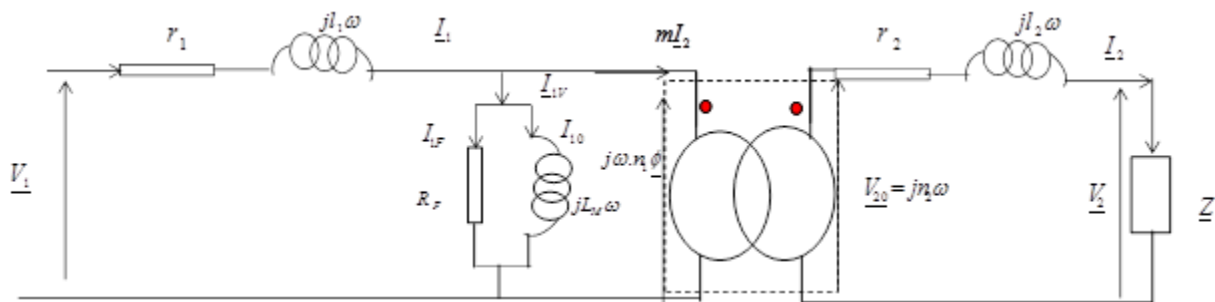


Figure 7 – Schéma équivalent du transformateur monophasé en charge

On peut enfin réduire ce schéma en utilisant le Schéma de Kapp (Figure 8)

#### Hypothèse de Kapp

On néglige  $I_{1v}$  devant  $I_1$  et  $I_2$  au fonctionnement nominal. Alors comme pour un transfo parfait,

$$\text{on a : } \underline{I}_{1nom} = \frac{n_2}{n_1} \underline{I}_{2nom}$$

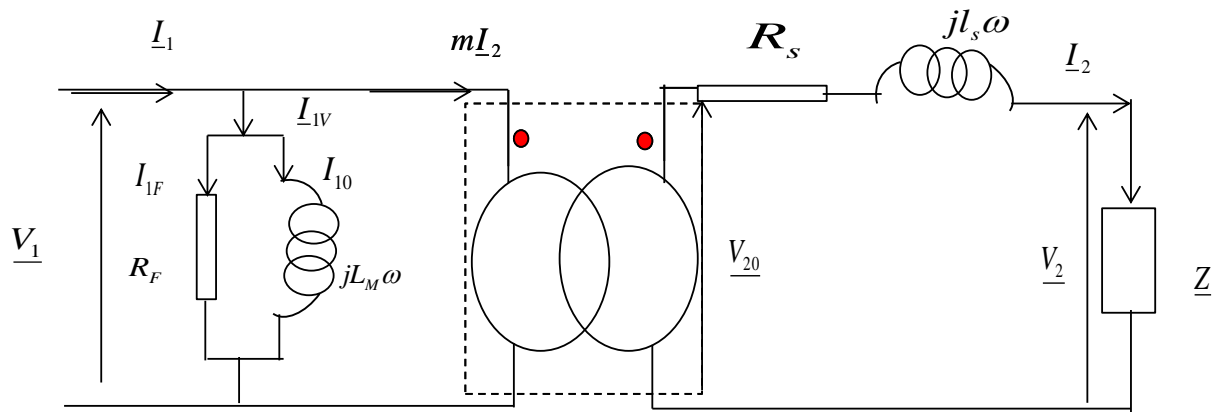


Figure 8 – Schéma équivalent du transformateur monophasé avec **les hypothèses de Kapp**

- $L_M$ , l'inductance de magnétisation ramenée au primaire
- $R_F$  : résistance modélisant les pertes par courants de Foucault
- $R_s$  : Résistance des enroulements ramenée au secondaire
- $l_s$  : Inductance de fuite ramenée au secondaire.

$$R_s = r_2 + m^2 r_1$$

$$l_s = l_2 + m^2 l_1$$

Le schéma de la figure 8, aussi appelé **schéma de Kapp**, permet l'étude complète du transformateur réel qui, si  $V_1$  est constante, se présente au secondaire comme un générateur de f.é.m.  $mV_1$  et d'impédance interne  $Z_s = R_s + j \cdot l_s \omega$

**Exercice 1.5** Un transformateur monophasé porte les indications suivantes sur sa plaque signalétique :  $S_n = 2200VA \cdot \eta = 0.95 \cdot V_{1n} = 220V \cdot V_{2n} = 127V$

1. Calculer  $I_{1n}$  et  $I_{2n}$  ainsi que les pertes du transformateur au point nominal, en sachant que  $\cos \varphi_n = 0.8$ ; Représenter un schéma équivalent de Kapp ramenée au secondaire du transformateur en faisant apparaître  $R_F, L_M \omega; R_s; l_s \omega$
2. En supposant qu'au régime nominal les pertes sont uniformément réparties entre pertes fer et pertes Joules, calculer alors  $R_F; R_s$  du schéma équivalent.

- **Chute de tension**

Le schéma précédent conduit pour les tensions à l'équation :  $mV_1 = (R_s + j l_s \omega) I_2 + V_2$

Supposons que le transformateur débite le courant  $I_2$  sous la tension  $V_2$  dans un dipôle qui présente le déphasage  $\varphi_2$  : on peut construire le diagramme des tensions (Diagramme de Kapp) comme le montre la figure 9, sur cette figure, les amplitudes des vecteurs associés aux tensions  $R_s I_2$  et  $j l_s \omega I_2$  ont été largement exagérées afin de les rendre plus visibles.

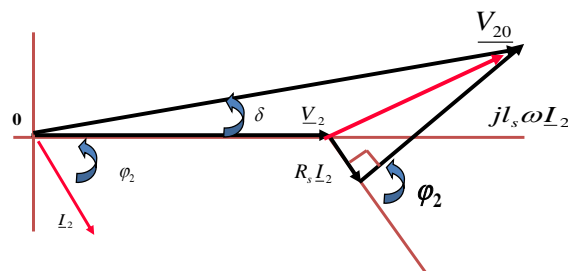


Figure 9 – Diagramme de Kapp des tensions

On appelle chute de tension la quantité :  $\Delta V_2 = V_{20} - V_2$

En réalité,  $R_s I_2$  et  $j \omega l_s I_2$  sont faibles devant  $V_2$  et on peut souvent utiliser une relation simplifiée tirée du schéma de la figure 9.  $\Delta V_2 = R_s I_2 \cos \varphi_2 + l_s \omega I_2 \sin \varphi_2$

On peut traduire ces résultats par des courbes (Figure 10) donnant  $V_2$  en fonction d' $I_2$  pour  $V_1$  et diverses valeurs du déphasage  $\varphi_2$ .

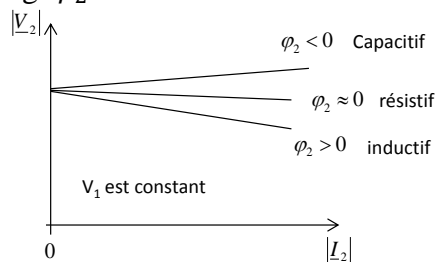


Figure 10 – Chute de tension du transformateur en fonction du déphasage imposé

### Suite exercice 1.5

3. La tension secondaire à vide de ce transformateur vaut  $V_{20} = 133V$ . Calculer le rapport de transformation  $m$  et calculer la valeur de la réactance de fuite  $l_s \omega$  ramenée au secondaire du transformateur en sachant que la chute de tension est  $\Delta V_2 = V_{20} - V_2$

4. En utilisant toujours la formule  $\Delta V_2 = V_{20} - V_2$ , calculer la valeur de la tension secondaire correspondant à une charge absorbant la moitié du courant secondaire nominal, toujours avec un  $\cos \varphi = 0.8$  et calculer le rendement du transformateur en ce point.

## 6. AUTOTRANSFORMATEUR

Lorsque l'on a besoin d'une tension variable de 0 à 220 V ou plus, on a souvent recours à un autotransformateur ayant une prise mobile. Pour un autotransformateur abaisseur, par exemple, la haute tension est appliquée à l'enroulement complet et la basse tension est obtenue entre une extrémité de l'enroulement et une prise mobile (Figure 11).

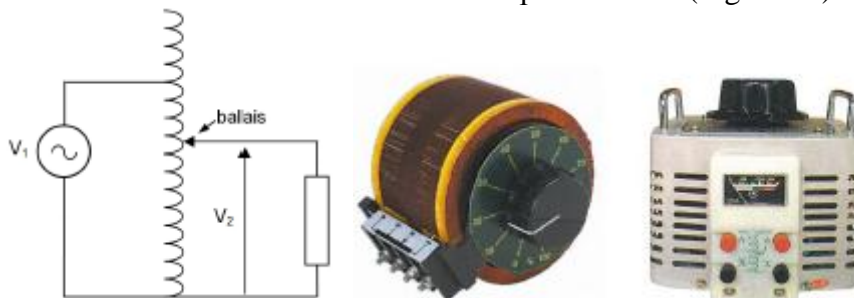


Figure 11 – Autotransformateur

## 4. ESSAIS ET PROPRIETES DU TRANSFORMATEUR

Les paramètres du schéma équivalent (Figure 8) doivent être déterminés par des essais expérimentaux. On peut effectuer des mesures directement sous tensions et courants nominaux. Il est préférable de séparer les essais, ce qui, en outre, permet de travailler à puissance réduite.

- **Essai à vide**

Le secondaire du transformateur étant à vide ( $I_2 = 0$ ), comme le montre la figure 12. On mesure  $V_1, V_2 = V_{20}, P_{1V}, I_{1V}$ .

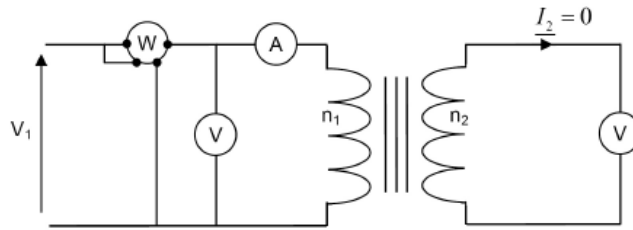


Figure 12– Essai à vide du transformateur.

Les courants primaires et secondaires étant respectivement très faible et nul, on néglige les pertes Joule. La puissance mesurée est assimilée aux seules pertes fer.

On en déduit :  $m = \frac{n_2}{n_1} = \frac{V_{20}}{V_1}$  ;  $R_F = \frac{V_1^2}{P_{IV}}$  ;  $L_M \omega = \frac{V_1^2}{Q_{IV}}$  et  $Q_{IV} = \sqrt{S_{IV}^2 - P_{IV}^2}$  ;  $S_{IV} = V_1 I_{IV}$

- **Exercice 2.5:** L'essai à vide d'un transformateur donne la tension primaire  $V_1$ , la tension secondaire à vide  $V_{20}$ , le courant à vide  $I_{IV}$  et la puissance active absorbée à vide  $P_{IV}$ .

Déterminez le rapport  $\frac{n_2}{n_1}$  et l'expression des impédances  $R_F$  et  $X_M$ .

- **Essai en court-circuit**

Le secondaire est mis en court-circuit par un ampèremètre comme le montre la figure 13.

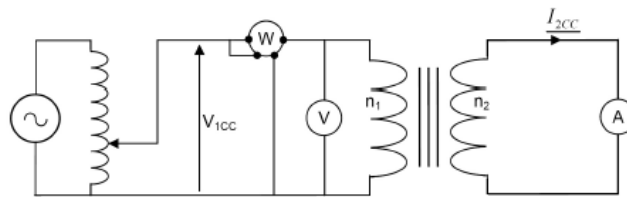


Figure 13 – Essai en court-circuit.

Le primaire doit être alimenté sous une tension réduite  $V_{1cc}$ . On mesure:  $V_{1cc}, P_{1cc}, I_{2cc} = I_{2nom}$   
Comme  $V_{1cc}$  est très faible, les pertes fer sont négligeables et il ne reste que les pertes Joule :

On en déduit :  $R_s = \frac{P_{cc}}{I_{2cc}^2}$  ;  $l_s \omega = \frac{Q_{cc}}{I_{2cc}^2}$  et  $Q_{cc} = \sqrt{S_{1cc}^2 - P_{cc}^2}$  ;  $S_{1cc} = V_{1cc} I_{1cc}$

**Remarque:**  $m = \frac{I_{1cc}}{I_{2cc}}$

**Exercice 3.5.** L'essai en court-circuit est réalisé avec une tension  $V_{1cc}$ . On relève le courant primaire  $I_{1cc}$  et la puissance active absorbée au primaire  $P_{cc}$ . Déterminez les impédances  $R_s$  et  $X_s$ .

## **5. BILAN DES PUISSANCES**

On applique le théorème de Boucherot :

Puissance absorbée :  $P_1 = V_1 I_1 \cos \varphi_1$

Puissance Fournie :  $P_2 = V_2 I_2 \cos \varphi_2$

D'où le rendement :  $\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{V_2 I_2 \cos \varphi_2}{V_1 I_1 \cos \varphi_1 + p_F + p_j}$

Le rendement est maximal si :  $p_F = P_{IV} = p_j$  et  $p_j = R_s I_2^2$

Remarque :  $S_{nom} = V_{1nom} I_{1nom} = V_{2nom} I_{2nom}$

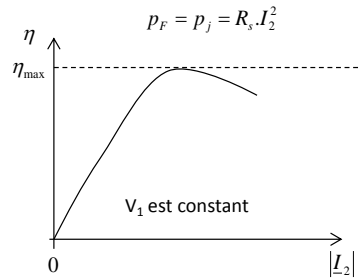


Figure 14 – Rendement du transformateur en fonction du courant débité  $I_2$ .  
Le rendement est maximum lorsque  $p_F = p_j = R_s I_2^2$

## **6- TRANSFORMATEUR DE COURANT (TI)**

Les transformateurs de courant (Figure 15) sont utilisés pour ramener à une valeur facilement mesurable les courants intenses des lignes à haute ou à basse tension. Ils servent également à isoler les appareils de mesure ou de protection des lignes à haute tension.



Figure 15 – Transformateur de courant

Le primaire de ces transformateurs est monté en série avec la ligne dont on veut mesurer l'intensité. Ces transformateurs étant employés seulement à des fins de mesure et de protection, leur puissance sera faible, de l'ordre de 15 à 200 VA. Le courant nominal secondaire est généralement compris entre 1 et 5 A.

### **• Questions de cours**

Q1 : Quelles sont les deux fonctions principales réalisées par les transformateurs ?

R1. Modifier la tension électrique et assurer l'isolement galvanique.

Q2. Quelle différence faites-vous entre un transformateur et un autotransformateur ?

R2. Un autotransformateur ne comprend qu'un seul enroulement dont un point intermédiaire est sorti. La totalité de l'enroulement peut jouer le rôle de primaire et la partie de l'enroulement jusqu'au point intermédiaire le rôle de secondaire.

Q3. Quels sont les trois types de défauts que l'on retrouve sur les transformateurs ?

R3. Surcharge. . Court-circuit. Défaut à la masse

## CHAPITRE 6 – TRANSFORMATEUR TRIPHASE

En triphasé, on peut utiliser trois transformateurs monophasés identiques dont on groupe les primaires et les secondaires en étoile ou en triangle. Il est possible de disposer les enroulements sur le même circuit magnétique.

Dans les deux cas, le rapport de transformation dépend du couplage utilisé et, en outre, un déphasage peut apparaître entre les tensions primaires et secondaires.

Afin de simplifier la réalisation du circuit magnétique et de diminuer le volume occupé par le transformateur ainsi que la masse de fer utilisée, on réalise souvent des transformateurs triphasés à noyaux coplanaires possédant 3 colonnes (Figure 1). Cela a pour effet de contraindre les flux dans les colonnes à satisfaire:

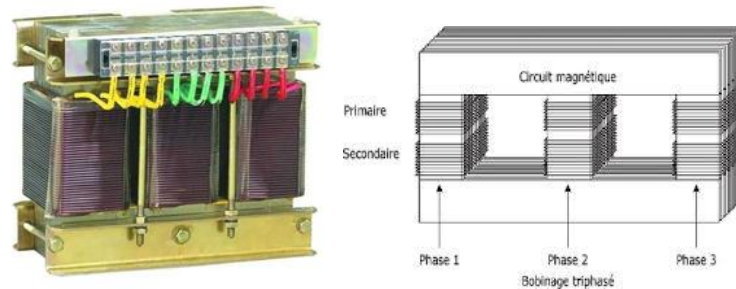


Figure 1. – Transformateur triphasé à flux forcé.

### 1- GRANDEURS CARACTERISTIQUES D'UN TRANSFORMATEUR TRIPHASE

La plaque signalétique d'un transformateur triphasé porte, comme en monophasé, les valeurs nominales :

- de la puissance apparente nominale  $S_n$  ;
- des tensions primaires et secondaires composées, c'est à dire entre fils de ligne ; si le mode de connexion des enroulements n'est pas fixé on indiquera les valeurs nominales des tensions correspondant à chaque couplage possible. Exemple : Si une plaque porte : 380V / 220V ,  $S_n = 4000VA$  ; 50Hz

Cela signifie que les enroulements sont prévus pour travailler sous les tensions normales suivantes :

Primaire : étoile ;  $U_{1n} = 380V$  ou triangle,  $U_{1n} = 220V$

Secondaire : étoile,  $U_{2n} = 220V$  ou triangle  $U_{2n} = 127V$

$$\text{Au primaire : } I_{1n} = \frac{S_n}{\sqrt{3}U_{1n}}$$

$$\text{Au secondaire : } I_{2n} = \frac{S_n}{\sqrt{3}U_{2n}}$$

- du facteur de puissance secondaire, valeur du facteur de puissance de la charge qui permet d'obtenir le fonctionnement nominal (tensions primaires et secondaires normales, puissance apparente utile normale).

$$\cos \varphi_n = \frac{P_n}{\sqrt{3}U_n I_n}$$

- Rapport de transformation

On nommera ainsi le rapport des valeurs des tensions secondaire et primaire de même définition (toutes deux simples ou toutes deux composées) à vide :  $m = \frac{U_{20}}{U_1}$

Remarque : la valeur de m ne sera plus nécessairement égale à celle du rapport des nombres de spires secondaire et primaire.

## 2- GROUPES DE COUPLAGE

Comme tout système triphasé, les enroulements primaires et secondaires peuvent être couplés en étoile ou en triangle (Figure 2).



Figure 2 – Différents couplages du primaire

Afin de caractériser d'une manière conventionnelle les couplages des transformateurs triphasés, le **primaire** est désigné par une lettre **Majuscule** et le **secondaire** par une lettre **minuscule**. Les lettres employées sont les suivantes :

- Y : couplage étoile primaire ;
- y : couplage étoile secondaire ;
- D : couplage triangle primaire ;
- d : couplage triangle secondaire ;

## 3- INDICE HORAIRE

Les différents couplages possibles peuvent induire un déphasage  $\theta$  entre tensions homologues primaire et secondaire. Ce déphasage est toujours un multiple de  $30^\circ$ . On définit l'indice horaire par un nombre entier compris entre 0 et 11 caractérisant le déphasage  $\theta$  des tensions primaire et secondaire homologues. L'indice horaire est défini comme :  $n = \frac{\theta}{30^\circ}$ .

Par analogie avec les divisions d'un cadran de montre (montre à aiguille), on parle de groupe horaire du transformateur.

La détermination du groupe horaire s'effectue comme suit : A, B, C désignent les bornes des enroulements primaires, a, b, c celles du secondaire.

Les bornes homologues étant repérées par un point, on dispose au centre d'un cadran de montre les vecteurs correspondant aux tensions primaire et secondaire de façon à placer la borne A à 12 heures (chiffre zéro). Le groupe horaire est fourni par l'heure de la borne a.

Établissement des diagrammes de vecteurs de Fresnel associés aux tensions

Généralement, on utilise des points afin de représenter les entrées des enroulements. On connaît grâce à ces points le sens de l'enroulement dans une colonne (Figure 3). On peut alors établir une règle au niveau des déphasages entre le primaire et le secondaire sur une colonne.

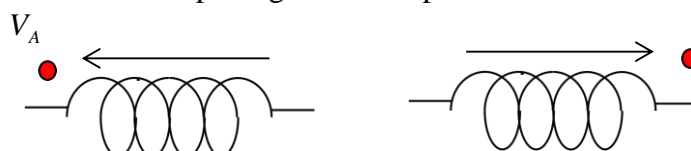


Figure 3 – Tensions homologues en phase.

Dans le cas de la figure 3, on admettra que  $V_a$  sera en phase avec  $V_A$ . On admet ainsi que si les deux pointes des flèches représentant les tensions sont sur les points, alors on considère que les tensions sont en phase l'une par rapport à l'autre (à condition bien sûr que les deux enroulements soient sur la même colonne).

L'indice horaire indique le déphasage entre tension simple primaire et tension simple secondaire. La tension secondaire  $\underline{V}_a$  est en retard d'un angle  $\theta$  sur la tension primaire  $\underline{V}_A$ , et on écrit  $\underline{V}_a = me^{-j\theta} \underline{V}_A$ .

Remarque : les couplages les plus fréquemment rencontrés sont les suivants :  $Yy_0, Yd_{11}, Dy_{11}, Dd_0$  (Figure 4)

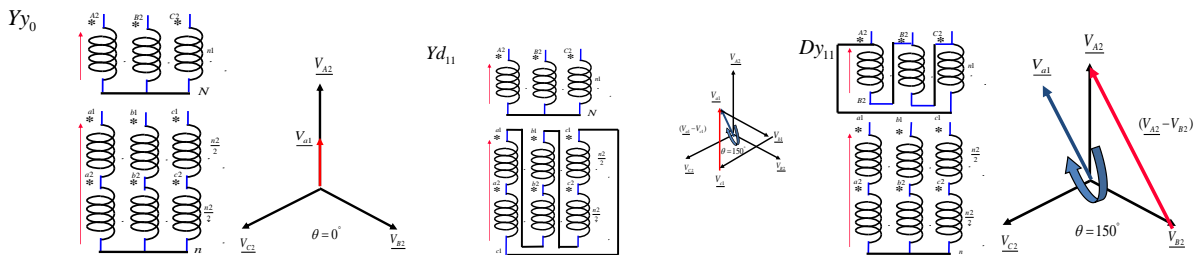


Figure 4 – Groupe de couplage.

**Conditions de couplage en parallèle**

On définit quatre groupes de transformateurs suivant les valeurs des indices horaires: deux transformateurs d'un même groupe (et de même rapport) peuvent fonctionner en parallèle.

Groupe	Indices horaires	Couplages
I	0, 4, 8	Yy-Dd-Dz
II	2, 6, 10	Yy-Dd-Dz
III	1, 5, 9	Dy-Yz-Yd
IV	3, 7, 11	Dy, Yz, Yd

**Exercice 1.6 :** Déterminez le rapport de transformation et l'indice horaire du transformateur ci-dessous (Figure 4). Donnez son appellation.

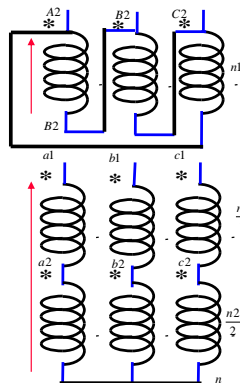


Figure 4 – Transformateur triphasé.

- **Schéma équivalent du transformateur monophasé**

Le schéma monophasé équivalent (Figure 5) est très similaire au schéma équivalent du transformateur monophasé. L'identification du schéma se fait par les mêmes essais et avec les mêmes formules qu'un transformateur monophasé. Toutefois, il faut diviser les puissances triphasées et les tensions composées pour se ramener à celles du schéma monophasé équivalent.

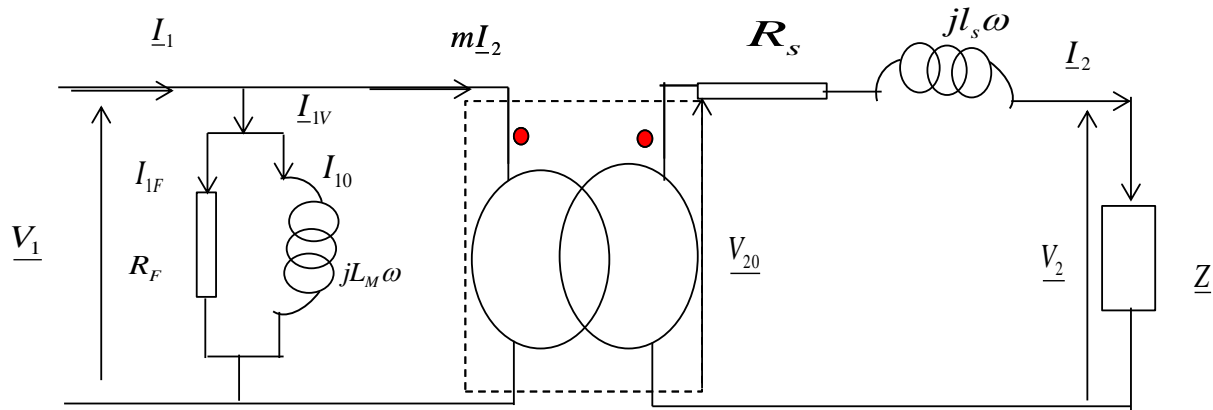


Figure 5 – Schéma équivalent du transformateur monophasé avec les hypothèses de Kapp

**A partir de l'essai à vide on en déduit :**

$$m = \frac{U_{20}}{U_1} ; R_F = \frac{U_1^2}{P_{1V}} ; L_M \omega = \frac{U_1^2}{Q_{1V}} \text{ et } Q_{1V} = \sqrt{S_{1V}^2 - P_{1V}^2} ; S_{1V} = \sqrt{3} U_1 I_{1V}$$

**A partir de l'essai en court-circuit on en déduit :**

$$R_s = \frac{P_{cc}}{3 \times I_{2cc}^2} ; l_s \omega = \frac{Q_{cc}}{3 \times I_{2cc}^2} \text{ et } Q_{cc} = \sqrt{S_{1cc}^2 - P_{cc}^2} ; S_{1cc} = \sqrt{3} U_1 I_{1cc}$$

**4- CARACTERISTIQUES EN CHARGE**

La chute de tension s'obtient par la même expression qu'un transformateur monophasé. Cependant, dès qu'il s'agit d'un transformateur triphasé, on donne la chute de tension composée :

$$\Delta U_2 = \sqrt{3} (R_s I_2 \cos \varphi_2 + l_s \omega I_2 \sin \varphi_2)$$

Le rendement est le rapport de la puissance transmise au secondaire sur la puissance absorbée

au primaire : 
$$\eta = \frac{P_{sortie}}{P_{entrée}} = \frac{\sqrt{3} U_2 I_2 \cos \varphi_2}{\sqrt{3} U_2 I_2 \cos \varphi_2 + P_{1v} + 3 \times R_s \times I_{2cc}^2}$$

- **Questions de cours**

Q1. La désignation des couplages s'effectue par un groupe de deux lettres et un nombre. Lesquelles ?

R1. La première lettre en majuscule indique le côté PRIMAIRE.

La deuxième lettre en minuscule indique le SECONDAIRE.

Le chiffre indique l'indice du couplage.

Q2. Soit un transformateur Exemple : Dy<sub>5</sub>, Donner la signification de chacune des lettres et chiffre.

R2. Couplage primaire en triangle, couplage secondaire en étoile, déphasage  $5 \times 30 = 150^\circ$ , donc indice 5.

Q3. Indiquer les conditions pour la mise en parallèle de transformateurs

R3. Des couplages avec des indices horaires compatibles (notion de groupe)

Des tensions de court-circuit égales à 10% près

Une différence des tensions secondaires inférieure à 0.4 %.

**Exercice 2.6.** Un transformateur triphasé présente les caractéristiques nominales suivantes :

50 Hz ; 20000V/400 V ; 150000 VA. Deux essais réalisés sur ce transformateur ont donné :

A vide:  $U_1=20000V$ ;  $I_{10}=0,43 A$ ;  $P_{1v} = 2000 W$ ;  $U_{20} = 420 V$

En court-circuit:  $U_{1cc}=1000V$ ;  $I_{2cc}=206A$ ;  $P_{cc}=1500W$

Dessinez le schéma équivalent monophasé du transformateur avec l'hypothèse de Kapp en donnant les

valeurs de :  $m = \frac{U_{20}}{U_1}$ ;  $R_F = \frac{U_1^2}{P_{1v}}$ ;  $L_M \omega = \frac{U_1^2}{Q_{1v}}$ ;  $R_s = \frac{P_{cc}}{3 \times I_{2cc}^2}$ ;  $l_s \omega = \frac{Q_{cc}}{3 \times I_{2cc}^2}$ . Le transformateur

alimente une charge triphasée équilibrée. On relève au secondaire :  $P_2 = 12600W$ ;  $I_2 = 196A$

Calculez la puissance active au primaire  $P_1$  ainsi que le rendement  $\eta$  du transformateur pour ce point de fonctionnement.

**Bibliographie :**

« Electrotechnique Industrielle », 2ème édition, G. Séguier, F. Notelet, Edition Lavoisier.

« Machines électriques, Cours et Problèmes » ; Claude CHEVASSU ; 20 octobre 2011.