Electrotechnique HEI3

Mehdi NASSER
Dhaker ABBES

H501

Électrotechnique
Première partie

Electrotechnique HEI3

Sensibilisation aux risques électriques

Pôle Électrotechnique (matière)

Laboratoires d’Électrotechnique et d’électronique de puissance (H013)

Electronique de puissance

Électrotechnique première partie

6 séances de cours
6 séances de travaux dirigés (1 séance de révision incluse)
1 séance de TP- transformateurs triphasés
(Habilitation électrique, 3 ordinateurs portables obligatoires, séance notée (attention absence))

L'épreuve surveillée est sans document, avec calculatrice et d'une durée de 2 heures.

Moyens et méthodologie

1. polycopié de cours (Interactivité)
2. polycopié de TD (A préparer avant la séance)
3. polycopié de TP (3 TP)
4. Intranet (cours sous PP et exemples de DS)
5. Internet : Le site www.e-lee.eu

Objectifs

⇧**Calculer la valeur des éléments d'un circuit à partir d'essais ou du régime aux bornes**.

⇧**Calculer les courants, tensions et puissances dans un circuit électrique dont les éléments sont connus.**

⇧**Connaître les lois de l'électromagnétique et les phénomènes propres aux tôles magnétiques**.

⇧**Connaître le schéma équivalent du transformateur et la signification physique de chacun de ses éléments.**

Introduction

L'électrotechnique est l'étude des applications technique de l'électricité.

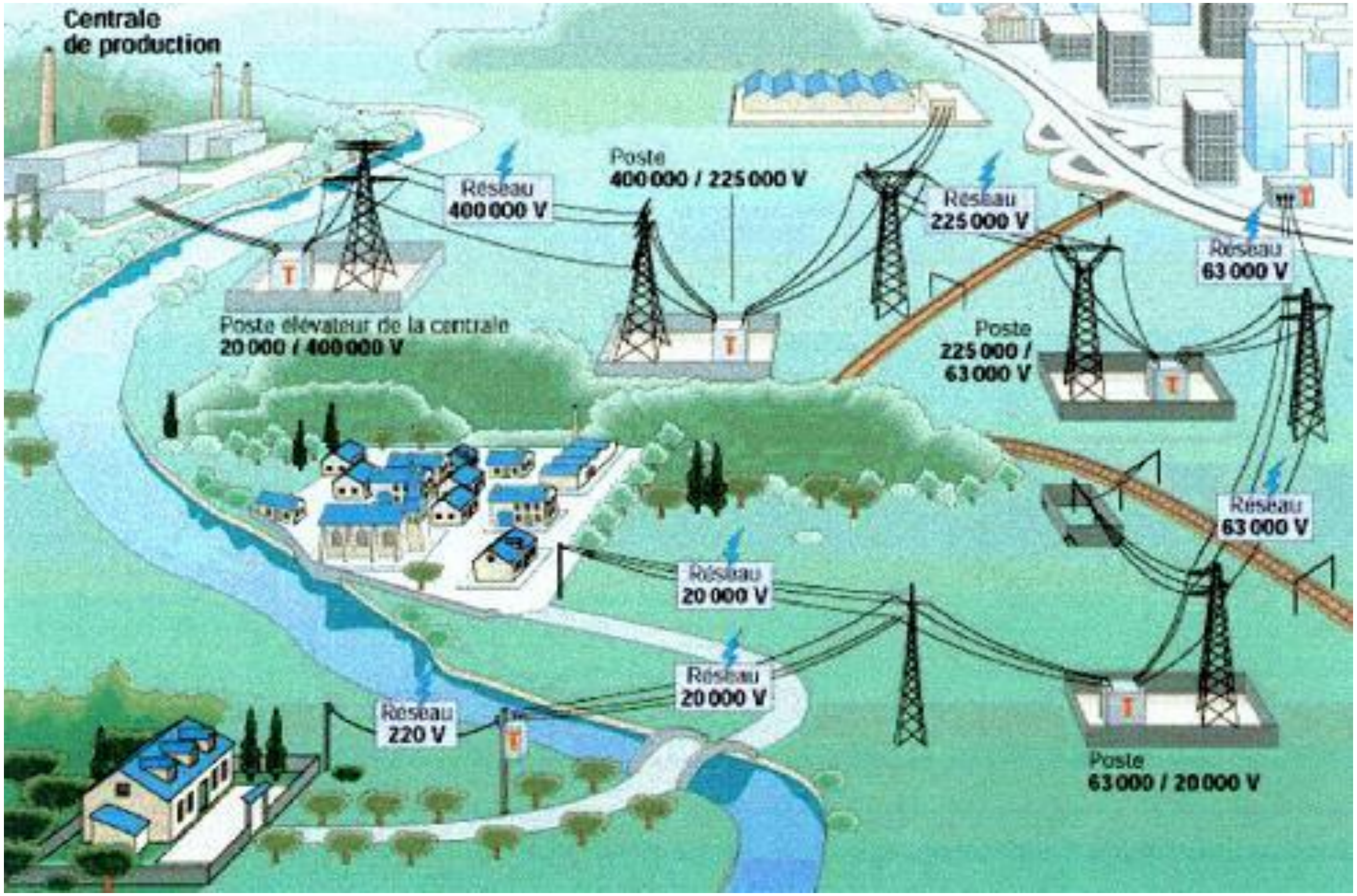
Son domaine d'intervention est:

la production

le transport

la distribution et l'utilisation de l'énergie électrique

Domaine de l'électrotechnique



Chapitre 1

Rappels sur les nombres complexes

La notation complexe en régime sinusoïdal

Objectifs

- **Représentation des nombres complexes**
- **Représentation complexe des grandeurs électriques**
- **Manipulation des nombres complexes**

Ce chapitre se limite aux besoins nécessaires pour résoudre des montages simples en régime sinusoïdal.

Notation complexe

Les nombres complexes sont très utilisés en électricité

L'ensemble de nombres est conçu de façon à :
Conserver les règles opératoires sur les réels (associativité, commutativité, distributivité...)

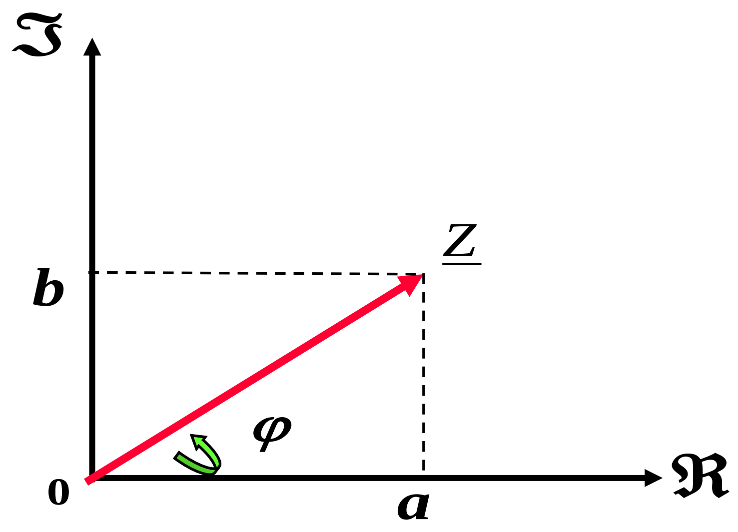
Les nombres complexes peuvent s'écrire, sous la forme algébrique $\underline{Z} = a + jb$ **où a et b sont des réels**

et $j^2 = -1$

Rappels sur les nombres complexes

Représentation algébrique d'un nombre complexe

On représente le lieu de $\underline{Z}$ **sur un** plan **complexe**



On appelle a la partie réelle de $\underline{Z}$ **et b la partie imaginaire**

Rappels sur les nombres complexes

Le module de $\underline{Z}$ **s'écrit** $|\underline{Z}| = \sqrt{a^2 + b^2}$ **; il représente la distance du centre 0 du plan complexe au lieu de** $\underline{Z}$

L'argument φ **de** $\underline{Z}$ **s'écrit** $\varphi = \arctan(\frac{b}{a})$

Rappels sur les nombres complexes

Représentation algébrique d'un nombre complexe $\underline{Z}$

Un nombre complexe $\underline{Z}$ s'écrit : $\underline{Z} = a + jb$ **avec** $j^2 = -1$

Représentation trigonométrique d'un nombre complexe $\underline{Z}$

Les projections sur les axes fournissent les partie réelle et partie imaginaire

$$a = |\underline{Z}| \cos\varphi \qquad b = |\underline{Z}| \sin\varphi$$

Un nombre complexe $\underline{Z}$ s'écrit : $\underline{Z} = |\underline{Z}|(\cos\varphi + j\sin\varphi)$

Rappels sur les nombres complexes

Représentation exponentielle d'un nombre complexe $\underline{Z}$

L'intérêt de la notation complexe est intéressant notamment à propos du théorème fondamental sur produit et quotient

Un nombre complexe $\underline{Z}$ **s'écrit** : $\underline{Z} = \left|\underline{Z}\right|.e^{j\varphi}$

avec $e^{j\varphi} = \left(\cos\varphi + j\sin\varphi\right)$

Rappels sur les nombres complexes

Valeurs remarquables

Ecriture sous forme algébrique

Si $\varphi = 0$ alors $\cos\varphi = 1$, $\sin\varphi = 0$ et $a = |Z|; b = 0$ donc $\underline{Z} = |Z|$

Si $\varphi = +\dfrac{\pi}{2}$ alors $\cos\varphi = 0$, $\sin\varphi = 1$ et $b = |Z|; a = 0$ donc $\underline{Z} = j|Z|$

Si $\varphi = -\dfrac{\pi}{2}$ alors $\cos\varphi = 0$, $\sin\varphi = -1$ et $b = -|Z|; a = 0$ donc $\underline{Z} = -j|Z|$

Rappels sur les nombres complexes

Valeurs remarquables

écriture sous forme exponentielle :

Si $\varphi = 0$ et $|Z| = 1$ alors $e^{j0} = 1$

Si $\varphi = +\dfrac{\pi}{2}$ et $|Z| = 1$ alors $e^{j\frac{\pi}{2}} = j$

Si $\varphi = -\dfrac{\pi}{2}$ et $|Z| = 1$ alors $e^{-j\frac{\pi}{2}} = -j$

Exercice 1.1 On pose $\underline{Z} = 3 + 2j$, trouver la forme trigonométrique et exponentielle de $\underline{Z}$:

Exercice 1.1

On pose $\underline{Z} = 3 + 2j$ trouver la forme trigonométrique et exponentielle de $\underline{Z}$:

$\underline{Z} = a + jb$ avec $a = 3; b = 2$ $\left|\underline{Z}\right| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{13}$

$$\varphi = \arctan\frac{2}{3} = (33{,}69)^\circ$$

$\cos\varphi = 0{,}83$ $\sin\varphi = 0{,}55$

$\underline{Z} = \sqrt{13}(0{,}83 + j0{,}55)$ $\underline{Z} = \sqrt{13} \times e^{j33{,}69}$

Nombres complexes conjugués

Deux nombres complexes conjugués sont deux nombres qui on
-même partie réelle ;
-des parties imaginaires opposées

Exemple :

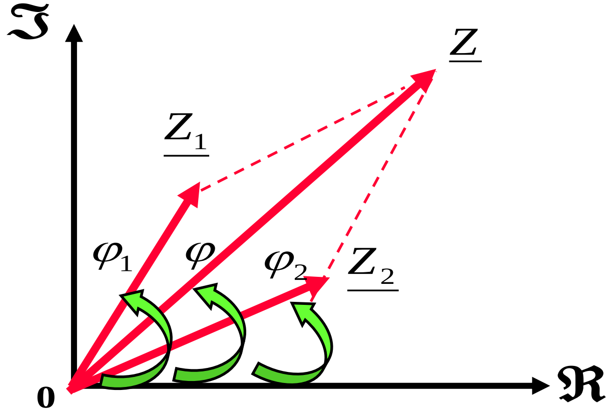
Si $\underline{Z} = |\underline{Z}|(\cos\varphi + j\sin\varphi)$ alors le conjugué de $\underline{Z}$ est

$$\underline{Z^*} = |\underline{Z}|(\cos\varphi - j\sin\varphi)$$

4- Manipulation des nombres complexes

Somme de deux nombres complexes $\underline{Z_1}$ **et** $\underline{Z_2}$

On additionne ou on soustrait deux nombres complexes en additionnant ou en soustrayant séparément leurs parties réelles et leurs parties imaginaires



Exemple

$$\underline{Z} = \underline{Z_1} + \underline{Z_2} = (a + jb) + (c + jd) = (a + c) + j(b + d)$$

Le module de $\underline{Z}$ s'écrit $|\underline{Z}| = \sqrt{(a+c)^2 + (b+d)^2}$

L'argument φ de $\underline{Z}$donne $\varphi = \arctan \frac{(b+d)}{(a+c)}$

Exercice 2.1

Exercice 2.1 Soit $\underline{Z_1} = 3-2j ; \underline{Z_2} = 5+4j$ et $\underline{Z} = \underline{Z_1} + \underline{Z_2}$. Donner le module et l'argument de $\underline{Z}$

Somme de deux nombres complexes

Soit $\underline{Z_1} = 3-2j ; \underline{Z_2} = 5+4j ; \underline{Z} = \underline{Z_1} + \underline{Z_2}$

Donner le module et l'argument de $\underline{Z}$

$$\underline{Z} = (3+5) + (-2+4)j = 8+2j$$

Le module est: $\left|\underline{Z}\right| = \sqrt{8^2 + 2^2} = 8{,}24\Omega$

L'argument est: $\varphi = \arctan\left(\frac{2}{8}\right) = (14{,}08)^\circ = 0{,}24 rad$

Produit de deux nombres complexes

Considérons le produit de deux nombres complexes $\underline{Z} = \underline{Z_1} \times \underline{Z_2}$

On obtient :

$$\underline{Z} = (a + jb) \times (c + jd) = \sqrt{a^2 + b^2} \times \sqrt{c^2 + d^2}(\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + j\sin(\varphi_1 + \varphi_2))$$

Cela revient à dire que pour multiplier deux nombres complexes l'un par l'autre, on fait le produit de leurs modules et la somme de leurs arguments.

Exercice 3.1

Exercice 3.1 Soit $\underline{Z_1} = \sqrt{3} - j; \underline{Z_2} = 1 - j$ *et* $\underline{Z} = \underline{Z_1} \times \underline{Z_2}$. *Donner le module et l'argument de* $\underline{Z}$.

Produit de deux nombres complexes

$$\underline{Z_1} = \sqrt{3} - j; \underline{Z_2} = 1 - j; \underline{Z} = \underline{Z_1} \times \underline{Z_2}$$

Donner le module et l'argument de $\underline{Z}$

$$\left|\underline{Z_1}\right| = 2\Omega \quad \varphi_1 = \frac{-\pi}{6} rad$$ et $$\left|\underline{Z_2}\right| = \sqrt{2}\Omega \quad \varphi_2 = \frac{-\pi}{4} rad$$

donc $\left|\underline{Z}\right| = 2\sqrt{2}\Omega \quad \varphi = \varphi_1 + \varphi_2 = -\frac{5\pi}{12} rad$

Quotient de deux nombres complexes

Considérons le rapport de deux nombres complexes

$$\underline{Z} = \frac{\underline{Z_1}}{\underline{Z_2}} = \frac{a + jb}{c + jd}$$

Le module du rapport de deux nombres complexes est égal au rapport des modules.

Le module est: $$\left|\underline{Z}\right| = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{\sqrt{c^2 + d^2}}$$

L'argument du rapport de deux nombres complexes est égal à la différence des arguments

L'argument est: $$\varphi = arctg(\frac{b}{a}) - arctg(\frac{d}{c})$$

Exercice 4.1

Exercice 4.1 Soit $\underline{Z}_1 = \sqrt{3} - j; \underline{Z}_2 = 1 - j$ et $\underline{Z} = \dfrac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2}$. Donner le module et l'argument de $\underline{Z}$.

Quotient de deux nombres complexes

Soit $\underline{Z}_1 = \sqrt{3} - j; \underline{Z}_2 = 1 - j; \underline{Z} = \dfrac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2}$

Donner le module et l'argument de $\underline{Z}$

$\left|\underline{Z}_1\right| = 2\Omega \quad \varphi_1 = \dfrac{-\pi}{6} rad \quad \left|\underline{Z}_2\right| = \sqrt{2}\Omega \qquad \varphi_2 = \dfrac{-\pi}{4} rad$

L'argument du rapport de deux nombres complexes est égal à la différence des arguments.

$$\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\pi}{12} rad$$

Rappels sur les nombres complexes

5- Représentation complexe des grandeurs électriques

Tension $v(t) = V\sqrt{2}\sin(\omega t + \theta_v) \Rightarrow \underline{V} = V.e^{j\theta_v}\,(V)$

Comme pour la représentation de Fresnel, le module est la valeur efficace *V* et l'argument la phase à l'origine θ_v

Courant

Idem pour le courant. $i(t) = I\sqrt{2}\sin(\omega t + \theta_i) \Rightarrow \underline{I} = I.e^{j\theta_i}\,(A)$

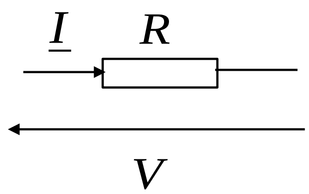
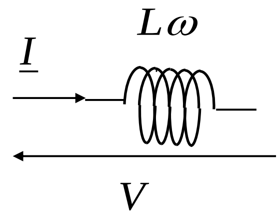
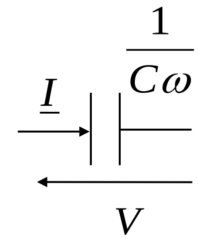
Impédances

D'une manière générale

L’impédance complexe s’exprime : $\underline{Z} = \dfrac{\underline{V}}{\underline{I}} = \dfrac{|\underline{V}|}{|\underline{I}|}e^{j(\theta_v - \theta_i)} = Z.e^{j\varphi}\,(\Omega)$

φ est le déphasage provoquée par le dipôle entre la tension aux bornes du dipôle et le courant qui le traverse (en radians - rad)

Représentation complexe des grandeurs électriques

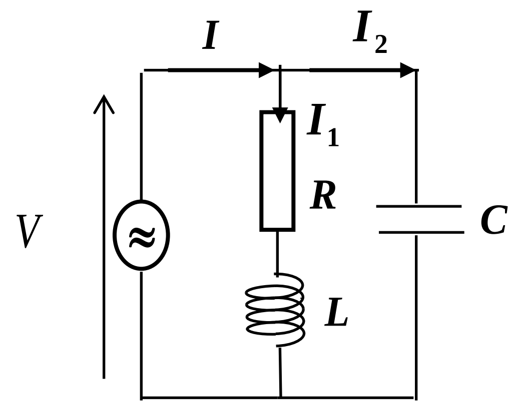
	RESISTANCE	INDUCTANCE	CAPACITE
			
Impédance	$\lvert\underline{Z}\rvert = R$	$\lvert\underline{Z}\rvert = L\omega$	$\lvert\underline{Z}\rvert = \dfrac{1}{C\omega}$
Déphasage	$\varphi = 0$	$\varphi = +\dfrac{\pi}{2}$	$\varphi = -\dfrac{\pi}{2}$
Impédance complexe	$\underline{Z} = R$	$\underline{Z} = jL\omega$	$\underline{Z} = -j\dfrac{1}{C\omega}$
Puissance active	$P = RI^2$	$P = 0$	$P = 0$
Puissance réactive	$Q = 0$	$Q = L\omega I^2$	$Q = -C\omega V^2$
Puissance apparente	$\underline{S} = P$	$\underline{S} = jQ$	$\underline{S} = -jQ$

Rappels sur les nombres complexes

Exercice 5.1. Calculer I_1 et I_2 puis I en prenant V pour origine des arguments.

$U = 48V \quad f = 50Hz$

$R = 50\Omega \quad 200mH \quad C = 10\mu F$



$$\underline{Z_1} = \left(50 + j62.8\right) = 80.3e^{j51.5}\Omega$$

$$\underline{Z_2} = \frac{1}{j314 \times 10 \times 10^{-6}} \cong 318e^{-j90}\Omega$$

$$\underline{U} = \underline{Z_1} \times \underline{I_1} \qquad \underline{I_1} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z_1}} = \frac{48e^{j0}}{80.3e^{+j51.5}} = 0.598e^{-j51.5}A \qquad \underline{I_2} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z_2}} = \frac{48e^{j0}}{318e^{-j90}} = 0.151e^{+j90}A$$

Rappels sur les nombres complexes

$$\underline{I} = \underline{I_1} + \underline{I_2} = 0.598e^{-j51.5} + 0.151e^{+j90}$$

$$\underline{I} = (0.372 - j0.468) + j0.151 = 0.372 - j0.317$$

$$\underline{I} = 0.489e^{-j40.4} A$$

Ce récepteur est-il inductif ou capacitif ?

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{48e^{+j0}}{0.489e^{-j40.4}} = 98.159e^{+j40.4}\Omega$$

$\varphi = 40.4^{\circ} > 0$ **Ce récepteur est globalement inductif**

Rappels sur les nombres complexes

Exercice 6.1

Un dipôle soumis à la tension : $v(t) = 4.\sqrt{2}.\sin(314.t + 0,524)$

est traversé par un courant d'intensité :

$i(t) = 0,127.\sqrt{2}.\sin(314.t - 1,047)$ **Ce dipôle est : R, L ou C ?**

Corrigé

$$\varphi = (\theta_u - \theta_i) = 0,524 - (-1,047) = 1,571 rad$$

$$\varphi = 1,571 \text{x} \frac{180}{\pi} = 90°$$

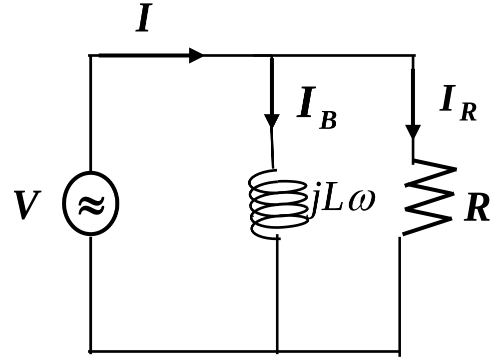
$\varphi = 90°$ **Il s'agit donc d'une inductance pure**

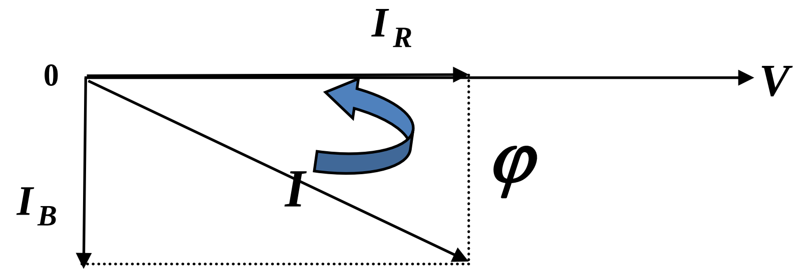
$$|Z| = L.\omega = \frac{U}{I} = \frac{4}{0,127} = 31,5\Omega$$

$$\text{Soit} L = \frac{31,5}{\omega} = \frac{31,5}{314} = 0,1 H$$

Exercice 7.1

Pour un circuit R, Lw parallèle, tracez la représentation vectorielle de $\underline{I}$ et donnez les expressions de sa valeur efficace I et de son déphasage φ





$$I_B = 2A; I_R = 1A$$

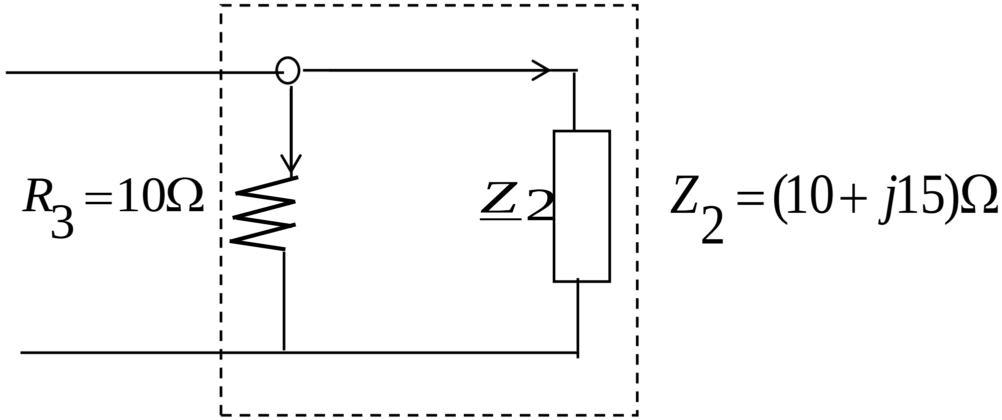
$$I = \sqrt{I_R{}^2 + I_{\mathbf{B}}{}^2} = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}A$$

$$\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{Q}{P}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{L\omega I_B{}^2}{RI_R{}^2}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{L\omega\left(\frac{V}{L\omega}\right)^2}{R\left(\frac{V}{R}\right)^2}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{I_B}{I_R}\right) \qquad \varphi = 63.4^\circ$$

Rappels sur les nombres complexes

Exercice 8.1

Calculer l 'impédance équivalente Z?



$$Z = R_3 // Z_2 = \frac{R_3 \times Z_2}{R_3 + Z_2} = \frac{10 \times (10 + j15)}{10 + (10 + j15)} = (6.8 + j2.4)\Omega = 7.2e^{j19.4}\Omega$$

FIN